“La costruzione di tavole proiettate per la popolazione italiana”

Gian Paolo Clemente

Dottorando in Scienze Attuariali
Università Cattolica di Milano
email giampacle@libero.it

VII Congresso Nazionale degli Attuari
8-10 Novembre 2004
Verona

L’evoluzione demografica

- Negli ultimi trent’anni sono state osservate trasformazioni rapide e profonde che hanno modificato la struttura della società:

  - riduzione progressiva della fecondità
  - allungamento della durata media di vita
  - consistenti flussi di immigrazione dal Terzo Mondo e dall’Europa Orientale

↓

- Ciò ha causato il ben noto di processo di espansione e di rettangolarizzazione della curva di sopravvivenza

↓

- Si hanno così importanti ripercussioni sull’erogazione e sulla gestione di prodotti assicurativi e previdenziali

Effetti sulla gestione e sull'erogazione di prodotti assicurativi e previdenziali

- Importanza della valutazione accurata dei costi e della scelta delle basi tecniche nei prodotti che erogano prestazioni previdenziali e assicurative

- Possibilità di incorrere in un rischio sistematico (longevity risk)

- Tentativo di trasferimento del rischio verso gli assicurati:
  - coefficienti di conversione non garantiti
  - polizze con opzione a scadenza
  - erogazione di rendite esclusivamente finanziarie (rendite certe)
- Facoltà di ricorso alla riassicurazione

- Costruzione di tavole proiettate

Il modello di Haberman & Renshaw

$$q_{xt} = q_{x,0} RF(x, t)$$

$q_{x,t}$ rappresentano le probabilità di decesso all'età x e al tempo t

$q_{x,0}$ rappresentano le probabilità di decesso all'età x e al tempo 0

$RF_{x,t}$ rappresentano i fattori di riduzione della mortalità all'età x tra il tempo t e la tavola "base"

Le ipotesi e la struttura del modello

$$Y_{xt} = \frac{A_{xt}}{r_{xt}}$$

$A_{xt} \sim Bin(q_{xt}, r_{xt})$ esprime il numero di decessi

r_{xt} indica il numero di esposti al rischio

•Impostazione del seguente modello GLM:

- struttura stocastica: $Y \sim EF(\ln(1+\exp(\theta)), 1/r)$

- funzione legame: $g(q_{xt}) = \eta_{x0} + \eta'_{xt} \quad con \quad \eta'_{x0} = 0$

- predittore lineare: $\eta_{xt} = g(q_{x0}) + \beta_x t$

La stima dei parametri

- Scelta della funzione legame g:

legame canonico: $$\ln\left(\frac{q_{xt}}{1-q_{xt}}\right) = \ln\left(\frac{q_{x0}}{1-q_{x0}}\right) + \beta_x t$$

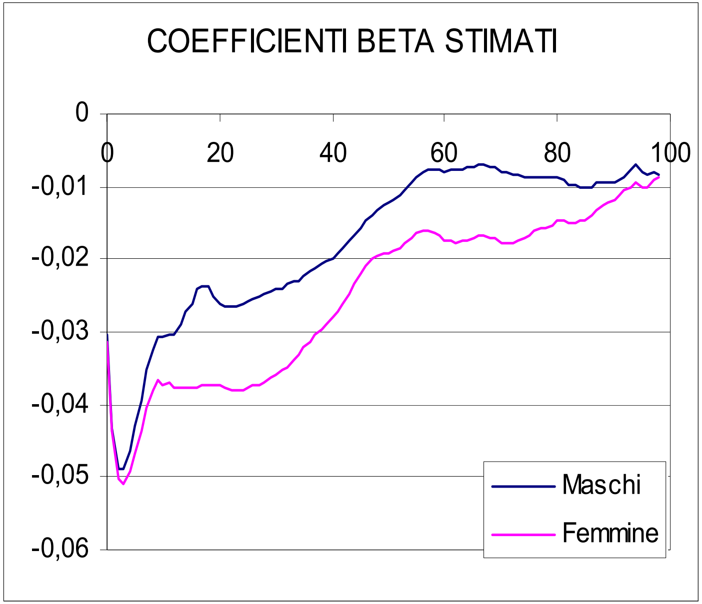
- Stima dei parametri beta tramite l'algoritmo dei minimi quadrati

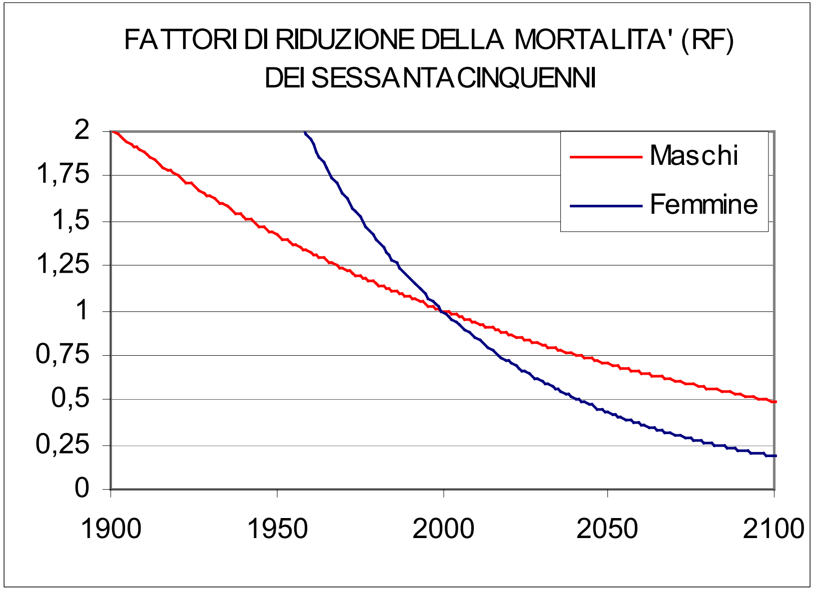
ponderati iterati: $$X'W^{(m-1)}Xb^{(m)} = X'W^{(m-1)}z^{(m-1)}$$

- Stima dei fattori di riduzione:

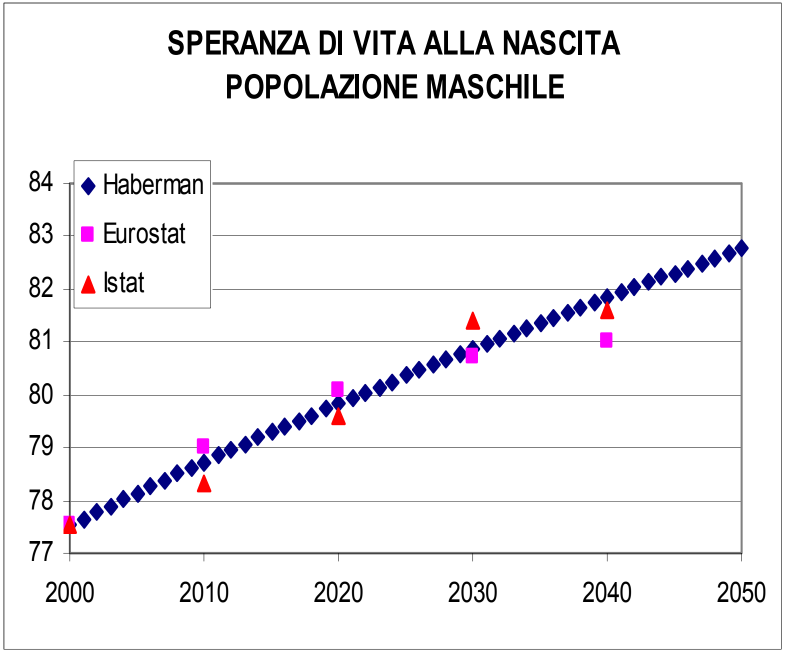
$$\hat{R}F(x,t) = \frac{\hat{q}_{xt}}{q_{x0}} = \frac{\exp(\hat{\eta}_{x,t})/(1+\exp(\hat{\eta}_{x,t}))}{q_{x0}} = \frac{\exp(\ln(\frac{q_{x0}}{1-q_{x0}}) + \hat{\beta}_x t)}{q_{x0}\cdot(1+\exp(\ln(\frac{q_{x0}}{1-q_{x0}}) + \hat{\beta}_x t))}$$

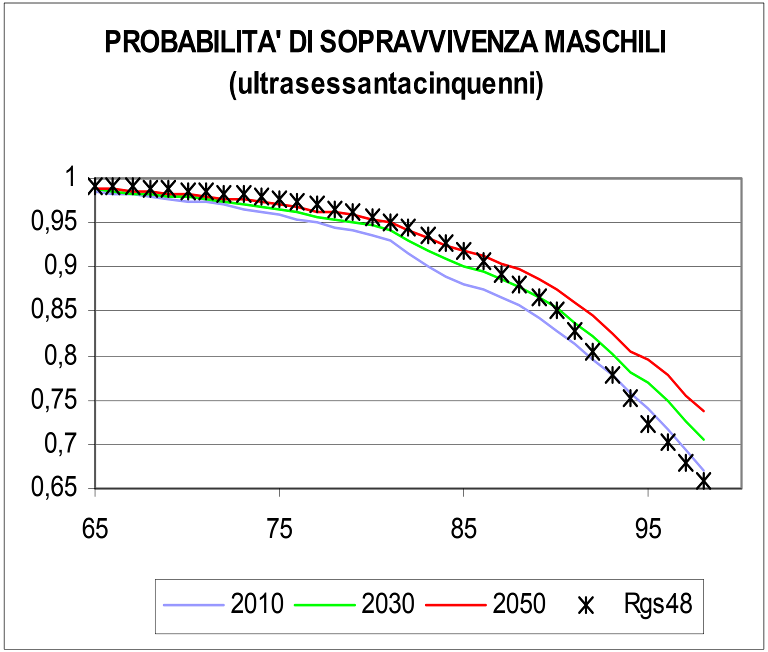
L'applicazione ai dati italiani (il modello di Haberman & Renshaw)





L'applicazione ai dati italiani (il modello di Haberman & Renshaw)





Limiti del modello di Haberman & Renshaw

- Costruzione di tavole per contemporanei
- Difficoltà di stima per le età estreme
- Problema della selezione degli assicurati

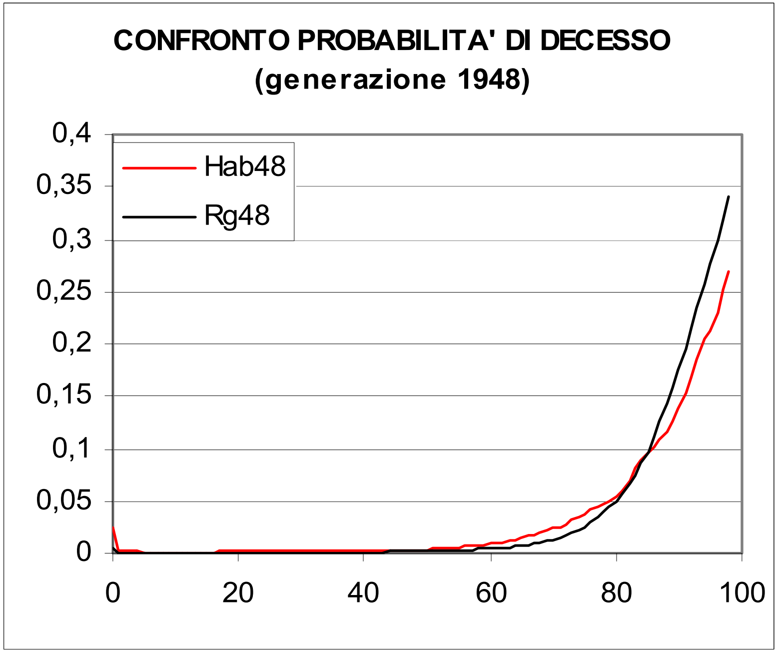
Correttivi apportati al modello

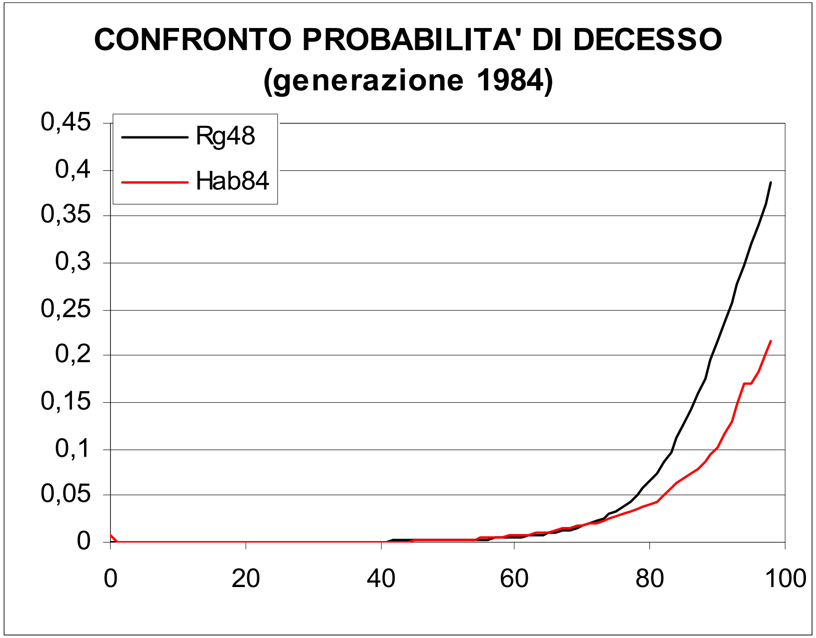
- Ricorso al modello di Coale per una stima puntuale dei tassi alle età estreme

- Estrazione di tavole per generazione dalla matrice delle tavole proiettate

- Utilizzo dello stesso correttivo apportato nelle Rgs48 per la selezione degli assicurati

Rg48 e modello di Haberman
(un confronto per generazioni)





Rg48 e modello di Haberman
(confronto tassi di premio annualità vitalizie)

Eta	Rg48M	HabM	Differenza %	Rg48F	HabF	Differenza %
20	35,7	35,03	-1,8%	37,33	37,38	+0,1%
30	32,79	31,68	-3,4%	34,63	34,32	-0,9%
40	28,89	27,58	-4,5%	31,01	30,54	-1,5%
50	24,62	22,73	-7,7%	27,06	26,01	-3,9%
60	19,12	17,44	-8,7%	21,83	20,76	-4,9%
70	12,97	12,12	-6,5%	15,51	14,89	-4%
80	7,57	7,46	-1,4%	9,23	9,09	-1,5%
90	3,36	3,72	+10,6%	4,32	4,44	2,8%

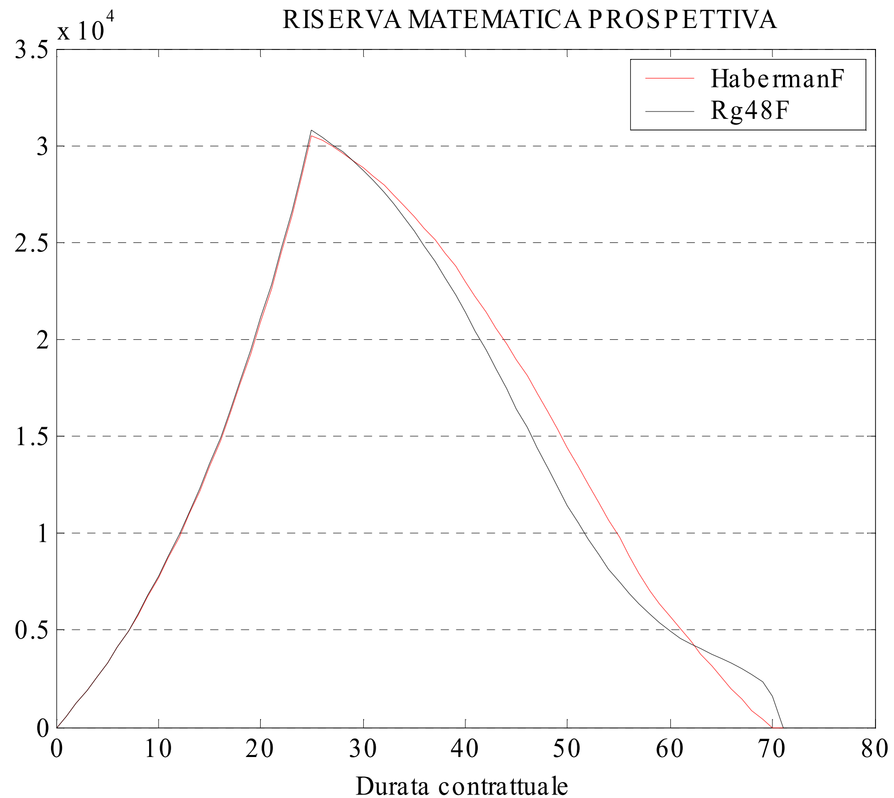
Riserva matematica per un contratto di rendita vitalizia differita rivalutabile con controassicurazione

- **Caratteristiche del contratto**

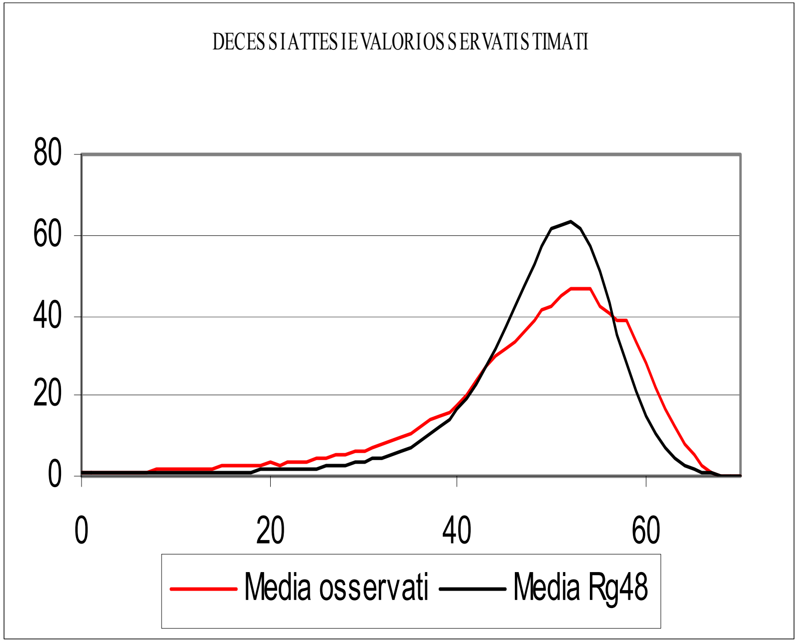
Rata di rendita	1000.00
Età assicurato	40
Sesso assicurato	Femmina
Differimento	25
Tasso tecnico	2%
Aliquota di caricamento annuo	5%

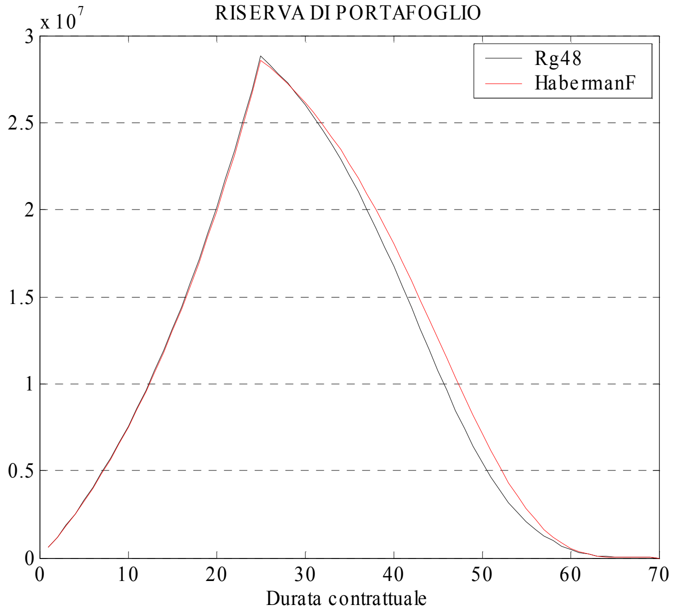
- **Premio di tariffa annuo**

Rg48	Haberman
603,00	599,97



Rg48 e modello di Haberman (confronto riserva matematica di portafoglio)





Conclusioni

- Le tavole Rg48 mostrano una sovrastima della mortalità alle età estreme per le generazioni del dopoguerra
- Le tavole Rg48 sovrastimano la mortalità già a partire dai 65 anni per le generazioni più giovani
- Possibilità di insufficienza di riserva
- Rischio comunque limitato poiché l’esercizio dell’opzione è comunque poco diffuso.

Riferimenti bibliografici

- RENSHAW A. E. & HABERMAN S. [2001]: *“On the forecasting of mortality reduction factors”*-Actuarial research papers 135

- PITACCO Ermanno [1998]: *“Tavole di mortalità proiettate e loro impiego in ambito attuariale”* - Quaderni del dipartimento di matematica applicata “B. De Finetti”

- ANIA [1998]: *“Basi demografiche per le assicurazioni di rendita”,*