

Carlo Mottura

**Un'analisi della “commissione di garanzia”
nei fondi pensione**

I - Preliminari

Tre argomenti “guida”

1. I fondi pensioni possono offrire (comparti con) garanzie di rendimento nel quadro dispositivo definito nello “schema di convenzione con garanzia” (COVIP, 1998)

⇒ il pagamento del contributo attiva una “linea di investimento” assistita da **garanzie di rendimento subordinate** al verificarsi di eventi particolari: la scadenza naturale del contratto, la maturazione del diritto a pensione, la premorienza, l’invalidità permanente.

2. se esiste una garanzia di rendimento minimo, il valore della prestazione – corriposta dal fondo pensione all’aderente – è uguale al valore dell’investimento (generato dai contributi versati dall’aderente nel periodo di attività) più il valore della garanzia

⇒ contratto di garanzia ↔ **opzione put**.

3. le garanzie sono vendute al fondo pensione da un gestore abilitato e pagate dal fondo nella forma di una **commissione di garanzia**, fissata alla stipula della convenzione

⇒ se assimilata alle commissioni di gestione, la commissione di garanzia è calcolata come **percentuale del NAV** del portafoglio di investimento di riferimento.

⊕ multicomparto, TFR, comparti con garanzia (Mottura, 2004).

⇒ schema a “premi unici ricorrenti” (Mottura, 2003)

istante di valutazione $t = 0$; durata m anni.

$(l = 0, 1, \dots, m - 1; h = 1, \dots, m, h > l; j = 1, \dots, w)$

La generica prestazione garantita

attivata in l , pagata in h , al verificarsi dell'evento j :

$${}^j\tilde{Y}_{l,h} = \begin{cases} X_l \max [B_{l,h}, {}^jM_{l,h}], & \text{con probabilità } \mathbf{P}'_0({}^jY_{l,h}; h) \\ 0, & \text{con probabilità } 1 - \mathbf{P}'_0({}^jY_{l,h}; h) \end{cases}$$

con

- X_l versamento “eventualmente” effettuato in l
(capitale di riferimento)
- $B_{l,h} = Q_h/Q_l$, fattore di rivalutazione finanziaria
- Q_h , valore di quota nell'istante h
- ${}^jM_{l,h}$, montante garantito al verificarsi dell'evento j
- $\mathbf{P}'_0({}^jY_{l,h}; h)$, “probabilità” che ${}^jY_{l,h}$ sia pagato in h .

⇒ incertezza tecnica, incertezza finanziaria; garanzia “a scadenza”.

Osservazione. Ogni versamento X_l eventualmente effettuato in l :

- è interamente investito dal gestore, nell'istante l , nel portafoglio di investimento; nell' h -esimo periodo, il rendimento annuo (aleatorio) del portafoglio è $I_h = Q_h/Q_{h-1} - 1$
- attiva linee di investimento garantite
⇒ si ipotizza X_l noto in t . ■

Osservazione. Il caso senza garanzia: $Y_{l,h} = X_l B_{l,h}$. ■

• la forma contrattuale del montante garantito

– garantire il capitale investito

$${}^j M_{l,m} = 1;$$

– garantire un tasso di interesse annuo minimo, ${}^j i$

$${}^j M_{l,h} = (1 + {}^j i)^{(h-l)};$$

– garantire il “tasso di rivalutazione” del TFR (L. 243, 23/8/2004)

$${}^j M_{l,h} = \prod_{k=l+1}^h (1 + E_k),$$

con:

$$E_k = e + \beta \max[\pi_k, 0],$$

essendo $e = 1.5\%$, $\beta = 75\%$ e $\pi_k = (p_k/p_{k-1} - 1)$ il tasso annuo di inflazione italiano (L. 297, 29/5/1982).

- il **tipo di garanzia**

garantire un tasso di interesse annuo minimo con garanzia “cliquet”

$$\begin{aligned} {}^jY_{l,h} &= X_l \prod_{k=l+1}^h \max \left[(1 + I_k), (1 + {}^j i) \right] \\ &= X_l \prod_{k=l+1}^h \left[1 + \max \left(I_k, {}^j i \right) \right]; \end{aligned}$$

mentre, nel caso di garanzia “a scadenza”, si ha:

$$\begin{aligned} {}^jY_{l,h} &= X_l \max \left[\prod_{k=l+1}^h (1 + I_k), (1 + {}^j i)^{(h-l)} \right] \\ &= X_l \max \left[B_{l,h}, (1 + {}^j i)^{(h-l)} \right]. \end{aligned}$$

■

Le componenti della generica prestazione garantita

$${}^j\tilde{Y}_{l,h} = \begin{cases} X_l[B_{l,h} + {}^jP_{l,h}], & \text{con probabilità } \mathbf{P}'_0({}^jY_{l,h}; h) \\ 0, & \text{con probabilità } 1 - \mathbf{P}'_0({}^jY_{l,h}; h) \end{cases}$$

con

- $X_l B_{l,h}$, componente di investimento (base)
- $X_l {}^jP_{l,h} = X_l \max[{}^jM_{l,h} - B_{l,h}, 0]$, componente put.

- il **valore delle prestazioni** all'emissione ($t = 0$)
(← modello di valutazione, ipotesi di “indipendenza”)

$$\sum_{j=1}^w \sum_{l=0}^{m-1} \sum_{h=l+1}^m X_l [V(0; B_{l,h}) + V(0; {}^jP_{l,h})] \mathbf{P}'_0({}^jY_{l,h}; h);$$

- il valore della componente di investimento (base)

$$X_l V(0; B_{l,h}) = X_l v(0, l) (1 - f - g)^{(h-l)},$$

con

- f : commissione di gestione annua
- \boxed{g} : commissione di garanzia annua.

- il valore della componente put (“put protettiva”)
 - $l = 0$: valore di **opzioni standard** di tipo europeo
 - $l > 0$: valore di **opzioni forward-start** di tipo europeo con capitale di riferimento X_l , scritte su un “sottostante” che paga $f + \boxed{g}$ (← “tasso” di dividendo).

Il livello di equilibrio della commissione di garanzia

← fissata la durata m , si ricava in modo “implicito” come quel livello che rende il valore delle prestazioni uguale al valore della componente base se investita in un altro portafoglio, identico a quello definito dalla convenzione, ma senza garanzie:

$$\begin{aligned} & \sum_{j=1}^w \sum_{l=0}^{m-1} \sum_{h=l+1}^m X_l [V(0, B_{l,h}) + V(0, {}^j P_{l,h})] \mathbf{P}'_0({}^j Y_{l,h}; h) \\ & = \sum_{j=1}^w \sum_{l=0}^{m-1} \sum_{h=l+1}^m X_l V(0; \bar{B}_{l,h}) \mathbf{P}'_0({}^j Y_{l,h}; h). \end{aligned} \tag{1}$$

- il **tempo di recupero** del costo delle garanzie

(← fissato il livello g)

è la scadenza minima che soddisfa la (1).

- il **sovrappremio** in $t = 0$

(← $g = 0$)

$$\sum_{j=1}^w \sum_{l=0}^{m-1} \sum_{h=l+1}^m X_l V(0, {}^j P_{l,h}) \mathbf{P}'_0({}^j Y_{l,h}; h).$$

Osservazione. Commissione di garanzia *vs* sovrappremio: confrontare gli “schemi” di contratto. ■

△ la definizione del sottostante (← benchmark, portafoglio)

△ il ruolo del modello di valutazione (← Option Pricing Theory)

△ gli effetti sugli schemi di controllo del fondo pensione (← TEV)

⇐ tutelare la continuità (della gestione, tra “generazioni” di aderenti)

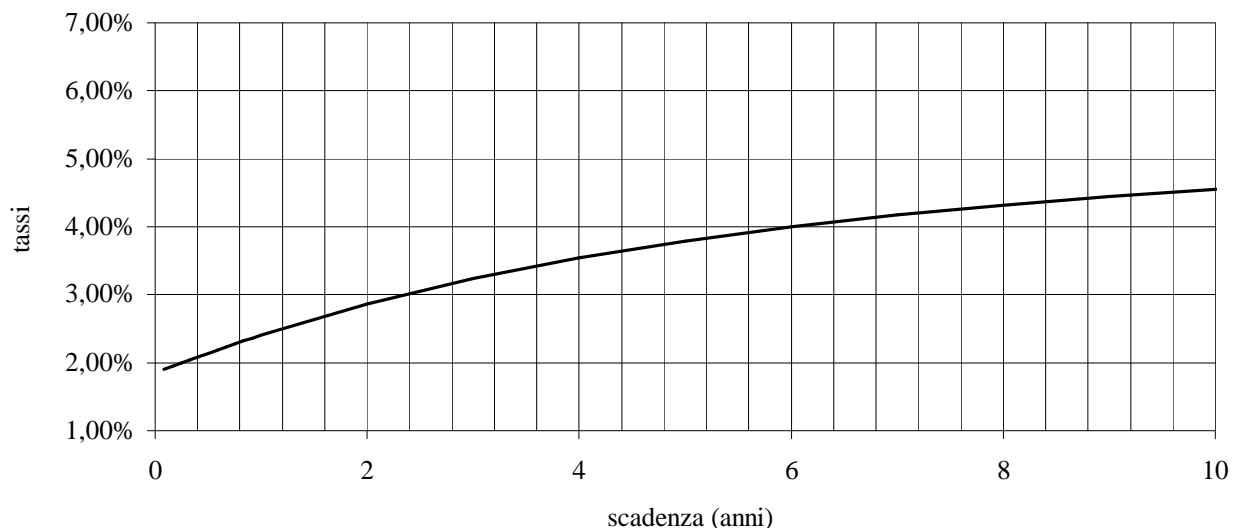
II - Un'analisi empirica della commissione di garanzia

- evidenze empiriche nella logica Black e Scholes (BS)
- il costo delle garanzie in un modello bivariato (CIR+BS)

Evidenze empiriche nella logica Black e Scholes (BS)

- il contratto di riferimento:
 - eventi: scadenza, premorienza
 - garanzia caso scadenza: tasso annuo minimo garantito, 2,5%
 - garanzia caso premorienza: tasso annuo minimo garantito, 3,5%
 - tipo garanzia caso scadenza: a scadenza
 - tipo garanzia caso premorienza: a scadenza
 - capitali di riferimento: $X_l = 100$ euro $\forall l$.
- il modello di valutazione
 - dinamica della fonte di incertezza: BS
 - ⇒ formula chiusa.
- le “basi tecniche”
 - volatilità (← portafoglio “sottostante”, benchmark)
 - struttura per scadenza dei tassi di interesse (risk free)
 - età di riferimento: 40 anni
 - tavole probabilità di uscita: da ISTAT 1995.
- data di valutazione: 30 giugno 2004
(→ struttura dei tassi a pronti zero coupon swap euro)

Figura 1

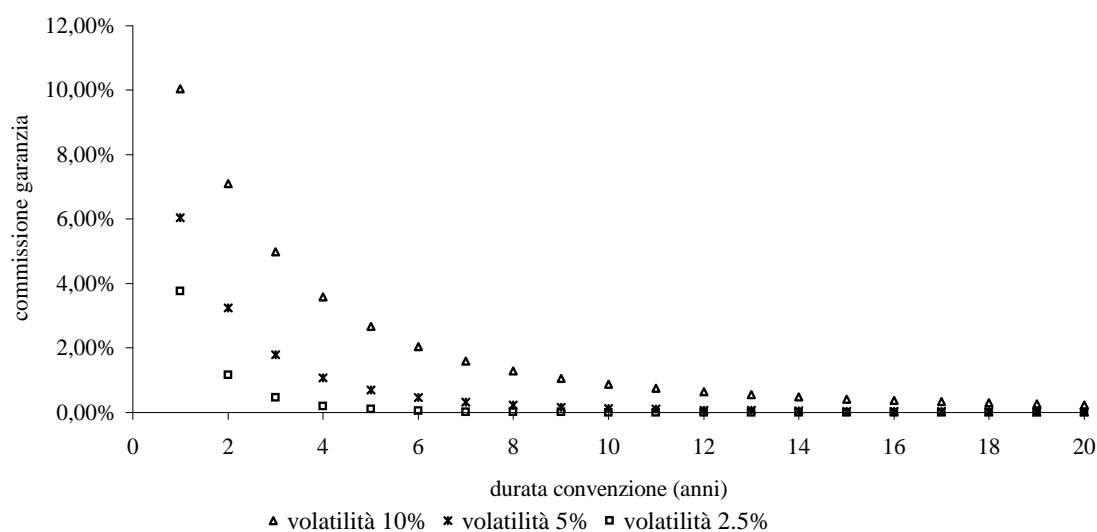


Commissione di garanzia *vs* durata e volatilità

· commissioni: $f = 0\%$

Tabella 1 (dati in percentuale)

Durata (anni)	Volatilità 2,5%	Volatilità 5,0%	Volatilità 10,0%
1	3,76	6,05	10,04
2	1,17	3,24	7,10
3	0,46	1,79	4,99
4	0,21	1,08	3,59
5	0,10	0,69	2,68
6	0,05	0,46	2,05
7	0,03	0,32	1,60
8	0,02	0,23	1,29
9	0,01	0,17	1,05
10	0,01	0,13	0,88
11	0,01	0,10	0,76
12	0,00	0,08	0,64
13	0,00	0,07	0,56
14	0,00	0,05	0,49
15	0,00	0,04	0,42
16	0,00	0,04	0,38
17	0,00	0,03	0,34
18	0,00	0,03	0,30
19	0,00	0,02	0,27
20	0,00	0,02	0,24

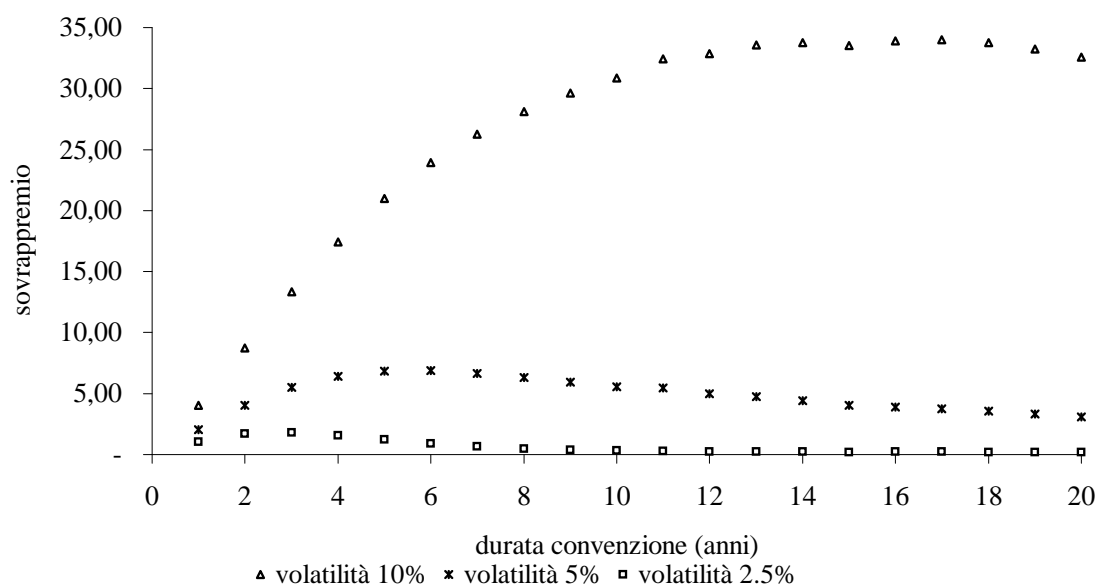


Sovrappremio *vs* durata e volatilità

· commissioni: $f = g = 0\%$

Tabella 2 (unità di euro)

Durata (anni)	Volatilità 2,5%	Volatilità 5,0%	Volatilità 10,0%
1	1,03	2,03	4,02
2	1,70	4,03	8,75
3	1,81	5,50	13,32
4	1,58	6,39	17,43
5	1,25	6,83	21,00
6	0,92	6,88	23,94
7	0,67	6,65	26,27
8	0,49	6,31	28,13
9	0,39	5,94	29,63
10	0,33	5,58	30,85
11	0,31	5,44	32,42
12	0,26	4,98	32,86
13	0,26	4,74	33,55
14	0,24	4,40	33,76
15	0,21	4,02	33,52
16	0,23	3,91	33,92
17	0,22	3,74	33,98
18	0,21	3,54	33,75
19	0,20	3,32	33,26
20	0,18	3,09	32,56



Osservazione. Per ogni durata, m , della convenzione con garanzia, date le basi tecniche, si tratta di calcolare: nel caso di evento “scadenza della convenzione”, i valori di m componenti elementari per ogni tipo di componente (put, base, base “senza garanzia”); per ogni altro evento rilevante, i valori di $m(m + 1)/2$ componenti elementari per ogni tipo di componente. Ad esempio, per $m = 20$ nel caso di evento premorienza, sono da calcolare i valori di 210 opzioni put, di cui 20 standard, 190 forward-start. ■

Osservazione. Nella valutazione delle componenti put, il drift “risk adjusted” è definito dal tasso forward, $i(0, l, h)$, implicito nella struttura dei tassi a pronti caratteristica del mercato in $t = 0$. ■

Osservazione. Per il calcolo della commissione di garanzia → criterio di arresto: 10^{-12} . ■

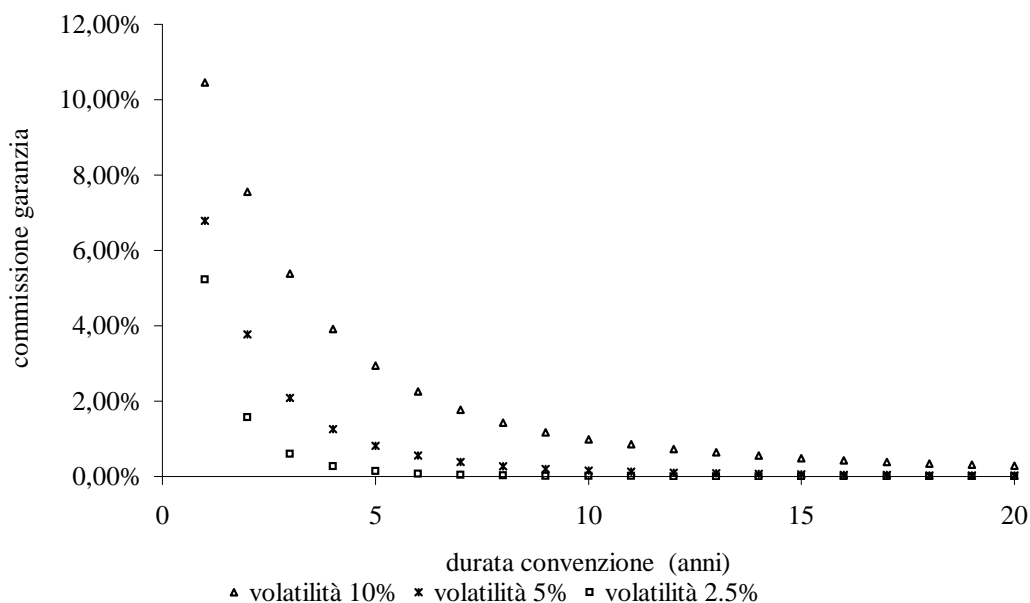
Osservazione. L’effetto della struttura tecnica del fondo pensione sul livello della commissione di garanzia (sul valore del sovrappremio).■

Commissione di garanzia *vs* durata e volatilità, con commissione di gestione

· commissioni: $f = 0,2\%$

Tabella 3 (dati in percentuale)

Durata (anni)	Volatilità 2,5%	Volatilità 5,0%	Volatilità 10,0%
1	5,23	6,79	10,46
2	1,57	3,77	7,56
3	0,61	2,09	5,39
4	0,28	1,26	3,92
5	0,14	0,82	2,94
6	0,07	0,55	2,26
7	0,04	0,39	1,78
8	0,02	0,28	1,43
9	0,01	0,21	1,18
10	0,01	0,16	0,98
11	0,01	0,13	0,86
12	0,01	0,10	0,73
13	0,00	0,08	0,64
14	0,00	0,07	0,56
15	0,00	0,05	0,48
16	0,00	0,05	0,43
17	0,00	0,04	0,39
18	0,00	0,04	0,35
19	0,00	0,03	0,31
20	0,00	0,03	0,28

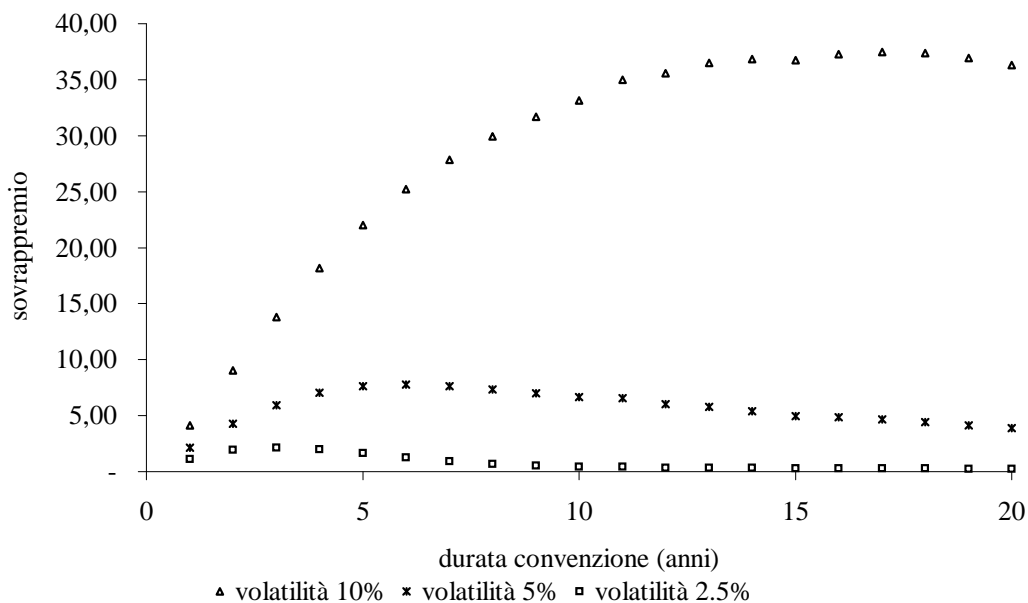


Sovrappremio *vs* durata e volatilità, con commissione di gestione

· commissioni: $f = 0,2\%$ $g = 0\%$

Tabella 4 (unità di euro)

Durata (anni)	Volatilità 2,5%	Volatilità 5,0%	Volatilità 10,0%
1	1,13	2,13	4,12
2	1,95	4,30	9,02
3	2,16	5,95	13,81
4	1,98	7,03	18,18
5	1,64	7,63	22,03
6	1,25	7,79	25,23
7	0,93	7,64	27,83
8	0,70	7,35	29,95
9	0,55	7,00	31,69
10	0,46	6,64	33,14
11	0,42	6,54	34,97
12	0,36	6,04	35,60
13	0,35	5,78	36,49
14	0,32	5,41	36,86
15	0,29	4,96	36,75
16	0,30	4,84	37,29
17	0,30	4,65	37,49
18	0,28	4,41	37,36
19	0,27	4,15	36,95
20	0,25	3,88	36,29



Asset-Liability valuation *vs* durata e volatilità

- volatilità: **2,5%**
- commissioni: $f = 0,2\%$ $g = 0,2\%$

Tabella 5 (unità di euro)

Durata (anni)	Valore assets	Valore liabilities	Differenza
1	99,80	100,84	-1,04
2	196,85	198,48	-1,63
3	290,41	291,81	-1,40
4	380,00	380,53	-0,53
5	465,39	464,67	0,73
6	546,53	544,30	2,24
7	623,39	619,53	3,86
8	696,02	690,49	5,52
9	764,53	757,31	7,22
10	829,08	820,11	8,96
11	889,82	879,09	10,73
12	946,94	934,30	12,65
13	1.000,52	985,95	14,58
14	1.050,83	1.034,22	16,61
15	1.097,96	1.079,23	18,72
16	1.141,99	1.121,15	20,84
17	1.183,21	1.160,17	23,04
18	1.221,72	1.196,42	25,30
19	1.257,62	1.230,01	27,61
20	1.290,98	1.261,03	29,95

Asset-Liability valuation *vs* durata e volatilità (segue)

- volatilità: **5,0%**
- commissioni: $f = 0,2\%$ $g = 0,2\%$

Tabella 6 (unità di euro)

Durata (anni)	Valore assets	Valore liabilities	Differenza
1	99,80	101,83	-2,03
2	196,85	200,84	-3,98
3	290,41	295,67	-5,26
4	380,00	385,78	-5,78
5	465,39	471,03	-5,64
6	546,53	551,39	-4,86
7	623,39	626,99	-3,60
8	696,02	698,03	-2,01
9	764,53	764,74	-0,21
10	829,08	827,34	1,73
11	889,82	886,33	3,49
12	946,94	941,11	5,83
13	1.000,52	992,52	8,01
14	1.050,83	1.040,43	10,41
15	1.097,96	1.084,98	12,97
16	1.141,99	1.126,74	15,24
17	1.183,21	1.165,56	17,65
18	1.221,72	1.201,55	20,17
19	1.257,62	1.234,84	22,77
20	1.290,98	1.265,56	25,42

Asset-Liability valuation *vs* durata e volatilità (segue)

- volatilità: **10,0%**
- commissioni: $f = 0,2\%$ $g = 0,2\%$

Tabella 7 (unità di euro)

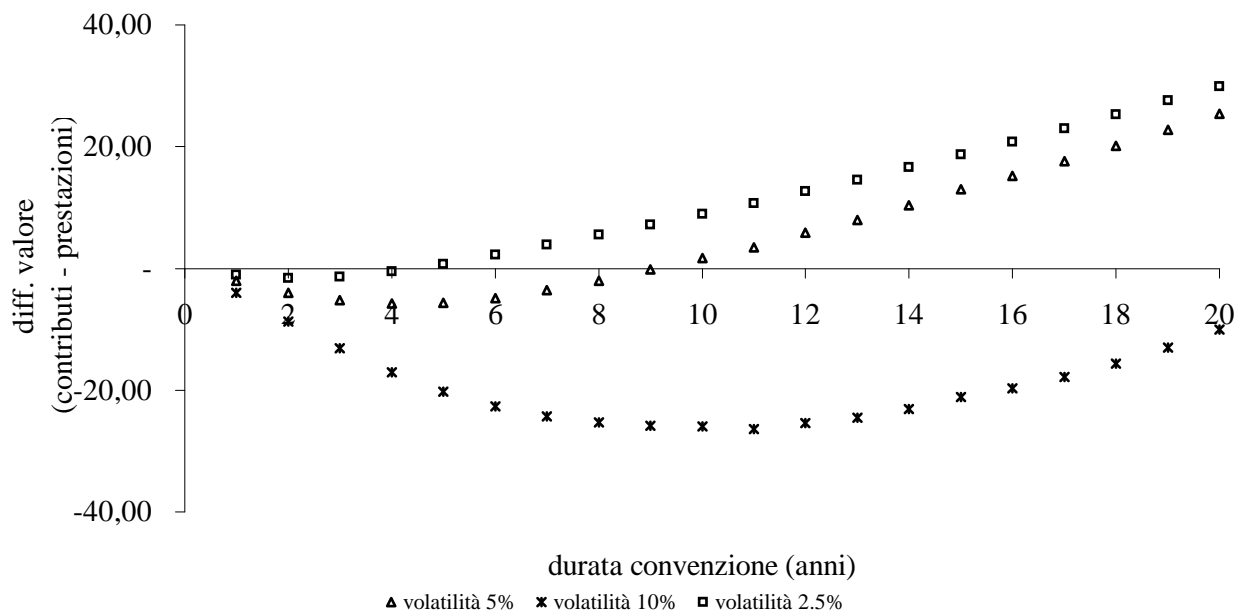
Durata (anni)	Valore assets	Valore liabilities	Differenza
1	99,80	103,82	-4,02
2	196,85	205,56	-8,70
3	290,41	303,56	-13,15
4	380,00	397,02	-17,02
5	465,39	485,62	-20,23
6	546,53	569,17	-22,64
7	623,39	647,68	-24,30
8	696,02	721,34	-25,33
9	764,53	790,38	-25,85
10	829,08	855,02	-25,95
11	889,82	916,16	-26,34
12	946,94	972,30	-25,36
13	1.000,52	1.025,08	-24,56
14	1.050,83	1.073,95	-23,12
15	1.097,96	1.119,04	-21,09
16	1.141,99	1.161,67	-19,68
17	1.183,21	1.201,05	-17,84
18	1.221,72	1.237,31	-15,59
19	1.257,62	1.270,59	-12,98
20	1.290,98	1.301,04	-10,05

Asset-Liability valuation *vs* durata e volatilità (segue)

- volatilità: **2,5%**, **5,0%**, **10,0%**
- commissioni: $f = 0,2\%$ $g = 0,2\%$

⇒ andamento del valore netto per durata

Figura 2



Tempo di recupero *vs* commissione di garanzia

- volatilità: **5,0%**
- commissioni: $f = 0,2\%$

Tabella 8

Commissione garanzia (%)	Tempo recupero (anni)
0,03	19-20
0,04	17-18
0,05	15-16
0,06	14-15
0,07	13-14
0,08	13-14
0,09	12-13
0,10	12-13
0,11	11-12
0,12	11-12
0,13	10-11
0,14	10-11
0,15	10-11
0,16	9-10
0,17	9-10
0,18	9-10
0,19	9-10
0,20	9-10
0,21	8-9
0,22	8-9
0,23	8-9
0,24	8-9
0,25	8-9
0,26	8-9
0,27	8-9
0,28	7-8
0,29	7-8
0,30	7-8

Tempo di recupero *vs* commissione di garanzia (segue)

- volatilità: **2,5%**
- commissioni: $f = 0,2\%$

Tabella 9

Commissione garanzia (%)	Tempo recupero (anni)
0,03	7-8
0,04	6-7
0,05	6-7
0,06	6-7
0,07	6-7
0,08	5-6
0,09	5-6
0,10	5-6
0,11	5-6
0,12	5-6
0,13	5-6
0,14	4-5
0,15	4-5
0,16	4-5
0,17	4-5
0,18	4-5
0,19	4-5
0,20	4-5
0,21	4-5
0,22	4-5
0,23	4-5
0,24	4-5
0,25	4-5
0,26	4-5
0,27	4-5
0,28	3-4
0,29	3-4
0,30	3-4

Osservazione. Indici di mercato: media e volatilità storiche.

Tabella 10

Descrizione indice	Tipo	Media	Volatilità
Italy MTS Monetary Value	OBB	2,044%	0,038%
Italy MTS Variable Liquid	OBB	1,955%	0,166%
Italy MTS Low Duration Liquid	OBB	2,065%	0,468%
Euro MTS 1-3 Year	OBB	2,071%	1,342%
Italy MTS Medium Duration	OBB	1,981%	2,182%
Italy MTS General Fixed Value	OBB	1,995%	2,432%
Euro MTS 3-5 Year	OBB	1,738%	2,813%
Euro MTS Global	OBB	1,697%	3,344%
Euro MTS 5-7 Year	OBB	1,638%	3,807%
Euro MTS 7-10 Year	OBB	1,411%	4,474%
Italy MTS High Duration Liquid	OBB	1,947%	4,550%
Euro MTS 10-15 Year	OBB	1,823%	5,212%
Euro MTS Over 15 Year	OBB	2,223%	5,925%
ASX ALL ORDINARIES INDX	AZ	15,710%	6,818%
SeP 500 INDEX	AZ	15,760%	12,079%
MILAN MIB30 INDEX	AZ	12,684%	12,217%
FTSE EUROTOP 100 INDEX	AZ	11,368%	13,764%
SWISS MARKET INDEX	AZ	15,471%	14,206%
DJ EURO STOXX 50 P INDEX	AZ	14,912%	16,391%
HANG SENG INDEX	AZ	24,366%	18,246%
DAX INDEX	AZ	22,322%	19,520%
NIKKEI 225 INDEX	AZ	26,256%	22,794%

media e deviazione standard dei log-rendimenti giornalieri, espressi su base annua, calcolati sulle ultime 252 osservazioni.
data valutazione: 30/06/2004.

△ indici azionari, indici obbligazionari, indici “misti”.

Il costo delle garanzie in un modello bivariato (CIR+BS)

- il contratto di riferimento:
 - ...
 - **durata** della convenzione: 4 anni
 - **composizione** del portafoglio: 30% azionario, 70% obbligazionario.
- il modello di valutazione (CIR+BS)
 - dinamica dello **fonte di incertezza obbligazionaria**: CIR
 - dinamica della **fonte di incertezza azionaria**: BS
 - fonti di incertezza correlate
⇒ metodo Monte Carlo.
- le “basi tecniche”
 - volatilità della componente azionaria: 30%
 - set dei parametri “risk-adjusted” del modello CIR (calibratura su tassi swap quotati e su quotazioni di volatilità implicite nei contratti di tipo cap)
← struttura di volatilità (implicita) della componente obbligazionaria
 - **strategia di gestione** della componente obbligazionaria: compravendita, con orizzonte di trading $\Delta t = 0.25$ anni, di titoli obbligazionari con duration (di Macaulay) $D = 4$ anni
 - ...

Sovrappremio *vs* “data emissione”

- data di emissione (= data valutazione): 31/12/1998, 31/12/1999, 31/12/2001, 31/12/2002, 31/12/2003, 30/06/2004
- commissioni: $f = g = 0\%$

Figura 3

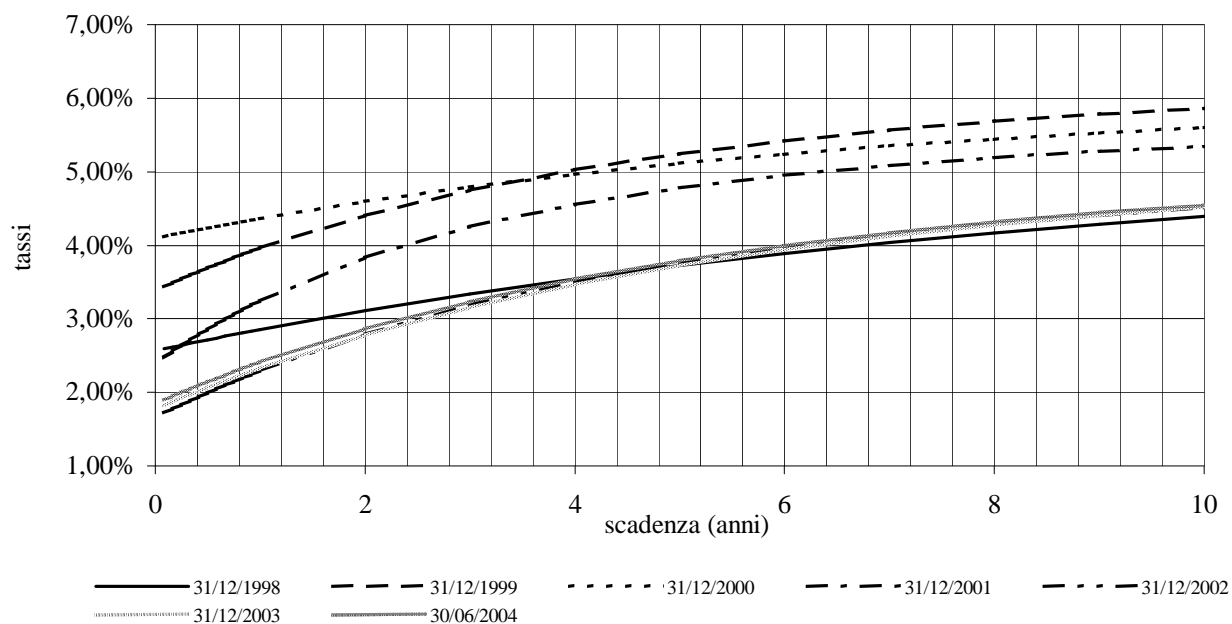


Tabella 11 (unità di euro)

Data	Sovrappremio
31/12/1998	11,640
31/12/1999	6,378
31/12/2000	6,266
31/12/2001	7,732
31/12/2002	11,862
31/12/2003	11,985
30/06/2004	11,674

△ ▽ “gestire” una convenzione con garanzia

Riferimenti principali

COVIP

- *Schema di convenzione per la gestione delle risorse con garanzia di restituzione del capitale o corresponsione di un interesse minimo*, deliberazione del 7 gennaio 1998.

C. Mottura

- *Un'analisi delle garanzie di rendimento minimo nello schema di convenzione della Vigilanza sui fondi pensione*, Gruppo di ricerca su "Assicurazioni e fondi pensione", Working paper n.3, 2003.
- *Comparti con garanzia di rendimento nei fondi pensione negoziali*, Assicurazioni, n.3-4, 2004.