

Bilancio Tecnico e Teoria della Sostenibilità Logica

Massimo Angrisani

Dipartimento MEMOTEF
Sapienza Università di Roma, Italy

Seminario del Comitato Scientifico
dell'Ordine degli Attuari

Roma, 3 Dicembre 2020

- 1 La Sostenibilità del Sistema Pensionistico mediante il Bilancio Tecnico Attuariale
 - Il Bilancio Tecnico Attuariale per le Casse di Previdenza Privatizzate e Private
- 2 La Teoria della Sostenibilità Logica
 - Il Modello
 - Le Condizioni di Sostenibilità
- 3 L'indicatore LSI della Teoria della Sostenibilità Logica e il Balance Ratio del Sistema Pensionistico Svedese

Il Bilancio Tecnico Attuariale per le Casse di Previdenza Privatizzate e Private

La sostenibilità di un sistema pensionistico su un dato orizzonte temporale è valutata attraverso il Bilancio Tecnico Attuariale (BTA) mediante **proiezioni attuariali**.

I modelli attraverso i quali vengono realizzate le proiezioni attuariali sono di tipo **individuale**. In particolare si utilizzano:

- T.S. TRAIETTORIE STOCASTICHE (mediante simulazione stocastica) M.A.G.I.S.: Tomassetti Coppini 1979, Modello Triestino: Crisma Pitacco 1982
- T.I.E. TRAIETTORIE INDIVIDUALI ESATTE Angrisani 1999, Angrisani Attias 2004

Si ottiene un risultato di tipo **ipotetico-deduttivo**.

Le Proiezioni Attuariali nel BTA

Le proiezioni attuariali richiedono delle basi tecniche:

- demografiche
- finanziarie
- economiche contenenti assunzioni sull'andamento di variabili macroeconomiche

Variabili macroeconomiche – Percentuali di variazione media nel periodo

	2023 - 2025	2026 - 2030	2031 - 2035	2036 - 2040	2041 - 2045	2046 - 2050	2051 - 2055	2056 - 2060	2061 - 2065	2066 - 2070
Occupazione complessiva ^(a)	0,84	0,69	0,05	-0,23	-0,67	-0,35	-0,18	-0,23	-0,27	-0,35
Produttività ^(a)	0,52	0,89	1,25	1,40	1,59	1,52	1,47	1,49	1,51	1,54
PIL reale ^(a)	1,36	1,58	1,30	1,16	0,91	1,16	1,28	1,26	1,24	1,18
Tasso di inflazione ^(a)	2,00	2,00	2,00	2,00	2,00	2,00	2,00	2,00	2,00	2,00
Tasso di interesse reale per il calcolo del debito pubblico ^(b)	1,45	2,61	2,96	3,00	3,00	3,00	3,00	3,00	3,00	3,00

(a) Fonte: MEF (2019). Il quadro macroeconomico è quello elaborato per la previsione contenuta nel box "Le tendenze di medio-lungo periodo del sistema pensionistico italiano" della sezione II del DEF 2019 "Analisi e tendenze della finanza pubblica". Fino al 2022 coincide con le assunzioni del quadro T tendenziale sottostante al DEF 2019.

(b) Fonte: "DEF 2019, sez I - Programma di Stabilità dell'Italia 2019" e "The 2018 Ageing Report: Underlying Assumptions and Projection Methodologies", European Economy, institutional paper n°065. Il tasso di interesse è quello adottato per la proiezione del debito pubblico ai fini dell'analisi della sostenibilità delle finanze pubbliche secondo i criteri definiti in ambito europeo. Esso corrisponde anche al tasso di interesse reale di lungo periodo definito in ambito europeo per la determinazione dei rendimenti delle gestioni pensionistiche in regime di capitalizzazione.

La normativa che definisce l'orizzonte temporale delle proiezioni risulta essere:

- *D.l. 29/11/2007*
... garantiscono la stabilità delle gestioni previdenziali per un arco temporale non inferiore a **trenta anni**...
- *D.L. n. 214/2011 art. 24 comma 24*
... misure volte ad assicurare l'equilibrio tra entrate contributive e spesa per prestazioni pensionistiche secondo bilanci tecnici riferiti ad un arco temporale di **cinquanta anni** ...

Lo Schema di Bilancio Tecnico Analitico

In accordo con il D.I. 29/11/2007, tutti gli enti redigono:

ALLEGATI

Schema di bilancio analitico

(Importi in migliaia di euro)

ITA

ANNO	ENTRATE					USCITE					Saldo Previdenziale	Saldo Totale	Patrimonio a fine esercizio (d)		
	CONTRIBUTI			Rendimenti	Altre entrate	Totale entrate	PRESTAZIONI		Altre uscite (c)	Spese di gestione				Totale uscite	
	Contributi pensionistici	Altri (a)	Soggetti				Pensionistiche	Altre (b)							

- a) Elargizioni e rimborsi erogati da società,
b) Saldo dei rimborsi rimborsati,
c) Elargizioni passive,
d) Da confrontare con le riserve tecniche e la riserva legale.

Lo Schema di Bilancio Tecnico Sintetico

In accordo con il *D.I. 29/11/2007* gli enti di cui al decreto legislativo 10 febbraio 1996 n. 103 redigono anche:

Schema di bilancio tecnico sintetico al 31/12/t
(importi in migliaia di euro)

BTS

Attività	Passività
a) Patrimonio al 31/12/t.	a) Valore attuale (medio) oneri pensionistici relativi ai pensionati in essere al 31/12/t.
b) Valore attuale (medio) contributi (1) <i>di cui:</i> - attivi iscritti alla gestione al 31/12/t - iscritti alla gestione in data successiva	b) Valore attuale (medio) oneri pensionistici relativi agli iscritti che accedono al pensionamento in data successiva al 31/12/t. <i>di cui:</i> - attivi iscritti alla gestione al 31/12/t - iscritti alla gestione in data successiva
c) Valore attuale (medio) ricongiuazioni attive	c) Valore attuale (medio) spese di gestione
	d) Valore attuale (medio) ricongiuazioni passive
Totale attività	Totale passività
Disavanzo tecnico	Avanzo tecnico
Totale a pareggio	Totale a pareggio

(1) Nel caso i contributi siano distinti fra soggetti e integrativi, l'informazione deve essere riportata distintamente per le due tipologie di contribuzione.

La Teoria della Sostenibilità Logica

1. Il modello

La Teoria della Sostenibilità Logica (TSL):

- Formalizza un sistema pensionistico di tipo contributivo e dotato di un patrimonio;
- Formula le condizioni logico-matematiche che implicano la sostenibilità del sistema pensionistico.

Questa teoria conserva **l'impostazione attuariale** e, allo stesso tempo, individua le variabili e gli indicatori di controllo che consentono di garantire la sostenibilità del sistema pensionistico.

I Principali Riferimenti Bibliografici



M. Angrisani. (2006)

Funded and unfunded systems: two ends of the same stick.

In 28th International Congress of Actuaries. PARIS: ICA



M. Angrisani. (2008)

The logical sustainability of the pension system.

Pure Mathematics and Applications



M. Angrisani, C. Di Palo. (2012)

An extension of Aaron's sustainable rate of return to partially funded pension systems.

International Journal of Sustainable Economy, 2012



M. Angrisani, C. Di Palo. (2014)

Managing the Baby Boomer Demographic Wave in Defined Contribution Pension Systems.

Politica Economica-Journal of Economic Policy (PEJEP), 2014



M. Angrisani, C. Di Palo. (2019)

The Logical Sustainability Theory for pension systems: the discrete-time model in a stochastic framework under variable mortality.

Pure Mathematics and Applications, Vol.1

Le variabili di stato della TSL

Per ogni tempo k , con $k = 0, 1, 2, \dots$, si indica con:

- ① F_k il patrimonio del sistema pensionistico
- ② L_k^A il debito degli attivi
- ③ L_k^P il debito dei pensionati
- ④ L_k^T il debito totale, con $L_k^T = L_k^A + L_k^P$

Il debito degli attivi e dei pensionati nella TSL

- Il debito degli attivi al tempo k , L_k^A , è uguale alla somma dei montanti contributivi individuali degli attivi in vita al tempo k .
- Il debito dei pensionati al tempo k , L_k^P , è uguale alla somma delle riserve individuali dei pensionati in vita al tempo k . In particolare il debito di ogni pensionato in vita al tempo k :
 - è pari alla "riserva individuale" di una rendita vitalizia annuale posticipata rivalutabile;
 - fissato il tasso tecnico pari a 0, è quindi calcolato come prodotto tra la pensione al tempo k e l'aspettativa di vita basata sulle tavole disponibili al tempo k .

Le variabili di flusso (o collegate al flusso) della TSL

Per ogni tempo k , con $k = 1, 2, \dots$, si indica con:

- 1 α_k l'aliquota contributiva
- 2 W_k, C_k rispettivamente i redditi ed i contributi, con $C_k = \alpha_k W_k$
- 3 P_k la spesa pensionistica
- 4 $^A L_k^P$ l'ammontare annuale del debito pensionistico che si trasferisce dal debito degli attivi al debito dei pensionati dopo la rivalutazione al tasso r_k^{LA} (vedi successivo punto 2)

Le variabili di rendimento della TSL

Per ogni tempo k , con $k = 1, 2, \dots$, si indica con:

- 1 r_k il tasso di rendimento del patrimonio F_{k-1} nell'anno k
- 2 r_k^{LA} il tasso di rivalutazione del debito pensionistico degli attivi L_{k-1}^A nell'anno k ; coincide con il tasso di rendimento riconosciuto sui montanti contributivi
- 3 r_k^{LP} il tasso di rivalutazione del debito pensionistico dei pensionati L_{k-1}^P nell'anno k ; non coincide con il tasso di rivalutazione delle pensioni

Le equazioni di evoluzione nella TSL (1)

Patrimonio

$$F_{k+1} = F_k(1 + r_{k+1}) + C_{k+1} - P_{k+1} \quad \text{per ogni } k = 0, 1, 2, \dots$$

Debito pensionistico degli attivi

$$L_{k+1}^A = L_k^A(1 + r_{k+1}^{LA}) + C_{k+1} - {}^A L_{k+1}^P \quad \text{per ogni } k = 0, 1, 2, \dots$$

Da questa equazione di evoluzione segue che nell'anno $k + 1$ i montanti contributivi degli attivi che muoiono sono ridistribuiti agli altri attivi ("inheritance gains")

Le equazioni di evoluzione nella TSL (2)

Debito pensionistico dei pensionati

$$L_{k+1}^P = L_k^P(1 + r_{k+1}^{LP}) - P_{k+1} + A L_{k+1}^P \quad \text{per ogni } k = 0, 1, 2, \dots$$

dove r_{k+1}^{LP} è il tasso di rivalutazione annuale del debito dei pensionati L_k^P nell'anno $k + 1$.

Il tasso di rivalutazione annuale del debito dei pensionati ed il tasso di rivalutazione annuale delle pensioni

Per ogni $k = 0, 1, 2, \dots$, il tasso di rivalutazione annuale del debito dei pensionati e' fornito dalla seguente relazione

$$1 + r_{k+1}^{LP} = (1 + H_{k+1}^T)(1 + H_{k+1}^C)(1 + {}^*r_{k+1}^{LP})$$

in cui:

- H_{k+1}^T il tasso di riadeguamento del debito rispetto alla tavola di mortalità
- H_{k+1}^C il tasso di riadeguamento del debito rispetto alla collettività dopo il riadeguamento del debito rispetto alla tavola di mortalità
- ${}^*r_{k+1}^{LP}$ il tasso di rivalutazione annuale delle pensioni per l'anno $k + 1$

Il tasso di rivalutazione annuale del debito dei pensionati ed il tasso di rivalutazione annuale delle pensioni II

Approssimando

$$r_{k+1}^{LP} \approx H_{k+1}^T + H_{k+1}^C + {}^*r_{k+1}^{LP}$$

in cui:

- H_{k+1}^T il tasso di riadeguamento del debito rispetto alla tavola di mortalità
- H_{k+1}^C il tasso di riadeguamento del debito rispetto all collettività dopo il riadeguamento del debito rispetto alla tavola di mortalità
- ${}^*r_{k+1}^{LP}$ il tasso di rivalutazione annuale delle pensioni per l'anno $k + 1$

Le Equazioni di Evoluzione della TSL (3)

Per ogni $k=0,1,2,\dots$ si assume:

$$r_{k+1}^{LA} = r_{k+1}^{LP} = r_{k+1}^L$$

e quindi

$$L_{k+1}^A = L_k^A(1 + r_{k+1}^L) + C_{k+1} - {}^A L_{k+1}^P$$

$$L_{k+1}^P = L_k^P(1 + r_{k+1}^L) + {}^A L_{k+1}^P - P_{k+1}$$

Si ottiene l'equazione di evoluzione del debito pensionistico totale

$$L_{k+1}^T = L_k^T(1 + r_{k+1}^L) + C_{k+1} - P_{k+1}$$

Definizione di sostenibilità

Un sistema pensionistico si dice sostenibile nell'intervallo $[0, n]$

se

$$F_k \geq 0 \text{ per ogni } k = 0, 1, 2, 3, \dots, n$$

Si definisce il debito pensionistico funded, e si indica con L_k^F , la parte del debito pensionistico totale coperta dal patrimonio, i.e.

$$L_k^F = F_k \quad \text{per ogni } k = 0, 1, 2, 3, \dots, n$$

Il Debito Pensionistico Unfunded

Si definisce il debito pensionistico unfunded, e si indica con L_k^{UN} , la parte del debito pensionistico totale non coperta dal patrimonio, i.e.

$$L_k^{UN} = L_k^T - F_k \quad \text{per ogni } k = 0, 1, 2, 3, \dots, n$$

Decomposizione del debito pensionistico totale

$$L_k^T = L_k^{UN} + F_k = L_k^{UN} + L_k^F$$

Due indicatori di base nella TSL

Per ogni tempo k con $k = 0, 1, 2, \dots$

Definizione

Il **grado di copertura** del debito pensionistico è indicato con D_{C_k} ed è definito da

$$D_{C_k} = \frac{F_k}{L_k^T}.$$

Definizione

Il livello di debito pensionistico unfunded rispetto ai redditi (salari) è indicato con β_k , **indicatore beta**, ed è definito da

$$\beta_k = \frac{L_k^{UN}}{W_k} = \frac{L_k^T - F_k}{W_k}$$

Dal Debito Pensionistico alla Spesa Pensionistica

Per ogni tempo k con $k = 0, 1, 2, \dots$

Definizione

Il **divisore del debito pensionistico totale “provvisorio” nella spesa pensionistica** è indicato con $\gamma_k \nu_k$ ed è definito da

$$\gamma_k \nu_k = \frac{L_{k-1}^T (1 + r_k^L)}{P_k}$$

con

- 1 ν_k il **divisore del debito pensionistico totale “provvisorio” nel debito pensionistico provvisorio dei pensionati**
- 2 γ_k il **divisore del debito pensionistico “provvisorio” dei pensionati nella spesa pensionistica**

L'Aliquota Contributiva Unfunded

Per ogni tempo k con $k = 1, 2, \dots$

Definizione

Il livello dell'aliquota contributiva unfunded, o **aliquota contributiva unfunded**, è indicato con α_k^{UN} ed è

$$\alpha_k^{UN} = \frac{L_{k-1}^T(1 + r_k^L) - F_{k-1}(1 + r_k)}{\gamma_k \nu_k} \frac{1}{W_k} = \frac{\beta_k}{\gamma_k \nu_k}$$

α_k^{UN} è l'aliquota contributiva che, applicata alla massa reddituale (salariale) W_k , **rende la contribuzione totale uguale alla spesa pensionistica unfunded**, la quale è la parte della spesa pensionistica corrispondente al debito pensionistico unfunded.

La Teoria della Sostenibilità Logica

2. Le Condizioni di Sostenibilità

La Condizione Necessaria e Sufficiente

Teorema: CNS per la sostenibilità di un sistema pensionistico

Se il fondo iniziale è non negativo, i.e. $F_0 \geq 0$, si ha

$$F_k \geq 0 \quad \text{per ogni } k = 1, 2, \dots, n \quad (1)$$

i.e. il sistema pensionistico è sostenibile in un intervallo di tempo discreto $[0, n]$

se e solo se

$$-\sum_{h=1}^k W_h \left(\alpha_h - \frac{\beta_h}{\gamma_h \nu_h} \right) \prod_{s=1}^h \left((1 + r_s) \left(1 - \frac{1}{\gamma_s \nu_s} \right) \right)^{-1} \leq F_0 \quad (2)$$

per ogni $k = 1, 2, \dots, n$

La Condizione Sufficiente per la Sostenibilità'

Teorema: Condizione Sufficiente per la Sostenibilità (A)

Sia $F_0 \geq 0$.

Se per ogni $k = 1, 2, \dots, n$ risulta

$$\alpha_k \geq \alpha_k^{UN}$$

allora il sistema pensionistico è sostenibile nell'intervallo temporale discreto $[0, n]$, i.e.

$$F_k \geq 0 \quad \text{per ogni } k = 1, 2, \dots, n$$

Dimostrazione: segue dalla CNS

Condizioni sufficienti equivalenti per la sostenibilità di un sistema pensionistico

Definito il **Logical Sustainability Indicator LSI** del sistema pensionistico come

$$LSI_k = \frac{C_k \gamma_k \nu_k + F_k}{L_k^T}$$

per ogni tempo $k = 1, 2, \dots, n$, vale la seguente

Condizione sufficiente per la sostenibilità (B)

se $F_0 \geq 0$ e $LSI_k = \frac{C_k \gamma_k \nu_k + F_k}{L_k^T} \geq 1$ per $k = 1, 2, \dots, n$

allora il sistema pensionistico è sostenibile nell'intervallo discreto $[0, n]$

Le due condizioni sufficienti per la sostenibilità (A) e (B) sono equivalenti

La Regola di Stabilizzazione del Beta

Teorema

Si assume $0 \leq F_k \leq L_k^T$, con $L_k^T > 0$, per un dato k .

Si ha

$$\beta_{k+1} = \beta_k$$

se e solo se

$$r_{k+1}^L = \frac{F_k}{L_k^T} r_{k+1} + \frac{L_k^T - F_k}{L_k^T} \sigma_{k+1} = Dc_k r_{k+1} + (1 - Dc_k) \sigma_{k+1}$$

dove σ_{k+1} è il tasso di crescita dei redditi (salari)

r_{k+1} è il tasso di rendimento del patrimonio F_k
nell'anno $k + 1$

L'indicatore LSI della Teoria della Sostenibilità Logica e il Balance Ratio del Sistema Pensionistico Svedese

The Swedish Balance Ratio

“The assets of the system divided by the pension liability provides a measure of the financial position of the Swedish pension system, a ratio referred to as the balance ratio” (Orange Report, 2017).

Balance ratio (original version 2001)

$$BR = \frac{\text{Assets}}{\text{Liabilities}} = \frac{C_k \text{TD}_k + F_k}{L_k^T}$$

where *Assets* are

F=Buffer Fund

CA=Contribution Assets

= **Turnover Duration (TD)**xContributions

L'indicatore di Sostenibilità Logica e il Balance Ratio I

L'indicatore di Sostenibilità Logica nella TSL

$$LSI_k = \frac{C_k \gamma_k \nu_k + F_k}{L_k^T}$$

Il Balance Ratio

$$BR_k = \frac{C_k TD_k + F_k}{L_k^T}$$

Differenza Fondamentale

$\gamma_k \nu_k$ = divisore del debito pensionistico totale "provvisorio" nella spesa pensionistica, **variabile operativa**

TD_k = Turnover Duration, **variabile non operativa**

L'indicatore di Sostenibilità Logica e il Balance Ratio II

La Turnover Duration nel Balance Ratio del sistema pensionistico svedese **non e' una variabile "operativa"**, vedi la definizione:

"...reflects the expected time from the earning of pension credits to their payment in the form of inkomstpension. The turnover duration is calculated as the difference between payment age and income age. The turnover duration is used to value the flow of contributions. It is determined by the rules for earning pensions and pension payments and by the earned income and mortality patterns of each age group...", Source: Orange Report 2017, pp. 112, 113.

Viceversa, tutte le variabili utilizzate nella TSL **sono "operative"**. In particolare, nell'indicatore LSI, $\gamma_k \nu_k$ e' il divisore che trasforma il debito pensionistico totale "provvisorio" nella spesa pensionistica.

Applicazione del teorema di separazione dal contesto continuo a quello discreto

Grazie per l'attenzione

massimo.angrisani@uniroma1.it