

La stima delle basi tecniche e la gestione del rischio nelle assicurazioni LTC

Massimiliano Menzietti

Dipartimento di Economia, Statistica e Finanza

"*Giovanni Anania*" – Università della Calabria

massimiliano.menzietti@unical.it



Agenda

- *Il rischio LTC*
- La modellizzazione del rischio LTC
- Lo studio ANIA sulle basi tecniche LTC

IL RISCHIO LTC

Definizione di Long Term Care (LTC)

- Complesso di interventi, erogati da istituzioni pubbliche o private, necessari a fronte di situazioni di bisogno di assistenza per individui prevalentemente anziani in condizioni di non autosufficienza.
- La prestazione di cura di lungo termine si origina dal progressivo decadimento della funzionalità dell'organismo umano, quindi, a differenza delle altre coperture sulla salute, il rischio assicurato è dovuto non solo all'accadimento di un infortunio o all'insorgenza di una malattia più o meno grave, ma anche alla senescenza o, per meglio dire, all'invalidità senile.
- La non completa autosufficienza può comportare necessità di assistenza a vari livelli, in ordine di gravità crescente:
 - assistenza domiciliare
 - soggiorno con assistenza in case di riposo
 - ricovero in case di cura.
- La non autosufficienza comporta delle spese che vanno ad incidere pesantemente sui bilanci familiari.
- Compagnie di assicurazione, Fondi pensione, Fondi sanitari e Casse di previdenza hanno quindi previsto una copertura per affrontare le spese legate alla non autosufficienza.

Dimensione della disabilità in Italia

- Nel nostro Paese le persone che, a causa di problemi di salute, soffrono di gravi limitazioni che impediscono loro di svolgere attività abituali sono circa 3 milioni e 100 mila (il 5,2% della popolazione).
- Gli anziani sono i più colpiti: quasi 1 milione e mezzo di ultra settantacinquenni (cioè più del 20% della popolazione in quella fascia di età) si trovano in condizione di disabilità, 990.000 di essi sono donne. Le persone con limitazioni gravi hanno un'età media molto più elevata di quella del resto della popolazione: 67,5 contro 39,3 anni.
- Il 26,9% di esse vive sola, il 26,2% con il coniuge, il 17,3% con il coniuge e i figli, il 7,4% con i figli e senza coniuge, circa il 10% con uno o entrambi i genitori, il restante 12% circa vive in altre tipologie di nucleo familiare.

Fonte: Istat (2019) CONOSCERE IL MONDO DELLA DISABILITÀ: PERSONE, RELAZIONI E ISTITUZIONI ISBN 978-88-458-2005-2

Definizione dello stato di non autosufficienza

- Riguardo alla definizione dello stato di non autosufficienza, l'approccio più comune si basa sulla mancanza di autonomia nello svolgere determinate attività elementari di cura della persona, usuali nella vita quotidiana. (**Activities of Daily Living - ADL**). Il primo indice ADL si riferisce alle attività quotidiane di cura della persona come vestirsi o spogliarsi, tagliare e mangiare il cibo, sdraiarsi e alzarsi dal letto o sedersi e alzarsi da una sedia, farsi il bagno o la doccia, usare i servizi igienici.
- Oltre alla capacità fisica di svolgere determinate attività elementari della vita quotidiana, il grado di dipendenza può essere misurato estendendo la considerazione alla gestione domestica o ad altre attività (**Instrumental Activities of Daily Living - IADL**), nei quali vengono considerate, tra l'altro, le seguenti attività: preparare i pasti, usare il telefono, fare la spesa, prendere le medicine, svolgere lavori domestici leggeri, svolgere occasionalmente lavori domestici pesanti, gestire le proprie risorse economiche.
- Nella maggior parte dei prodotti assicurativi si prevede che la perdita di autosufficienza sia riconosciuta anche quando all'assicurato sia stata diagnosticata una **patologia nervosa o mentale di origine organica**, quale il morbo di Alzheimer o altre demenze invalidanti che comportino la perdita delle capacità mentali.

- Il rischio LTC
- La modellizzazione del rischio LTC
- Lo studio ANIA sulle basi tecniche LTC

Persone di 65 anni e più con gravi difficoltà nelle attività di cura della persona (ADL)

	Maschi			Femmine			Totale		
	65-74 anni	75 anni e più	Totale	65-74 anni	75 anni e più	Totale	65-74 anni	75 anni e più	Totale
Tipo di attività									
Farsi il bagno o la doccia	2,2	11,7	6,6	3,2	21,8	13,2	2,7	17,8	10,3
Sdraiarsi e alzarsi dal letto o sedersi e alzarsi da una sedia	1,7	8,7	5,0	2,4	14,7	9,0	2,1	12,3	7,3
Vestirsi e spogliarsi	1,7	8,9	5,0	2,0	15,1	9,1	1,9	12,6	7,3
Usare i servizi igienici	1,4	7,8	4,3	1,6	13,7	8,1	1,5	11,4	6,5
Mangiare da soli	1,1	4,1	2,5	1,0	7,3	4,4	1,1	6,0	3,6
Numero di attività									
Una	0,6	3,2	1,8	1,3	6,5	4,1	1,0	5,2	3,1
Due	0,3	1,3	0,8	0,6	2,1	1,4	0,5	1,8	1,1
Tre o più	1,6	8,2	4,7	1,9	14,4	8,7	1,8	12,0	6,9
Gravi difficoltà in almeno un'attività di cura della persona (ADL)	2,6	12,8	7,3	3,8	23,0	14,1	3,2	18,9	11,2

Fonte: Istat, Indagine europea sulla salute (EHIS)

- Il rischio LTC
- La modellizzazione del rischio LTC
- Lo studio ANIA sulle basi tecniche LTC

Persone di 65 anni e più con gravi difficoltà nelle attività domestiche (IADL)

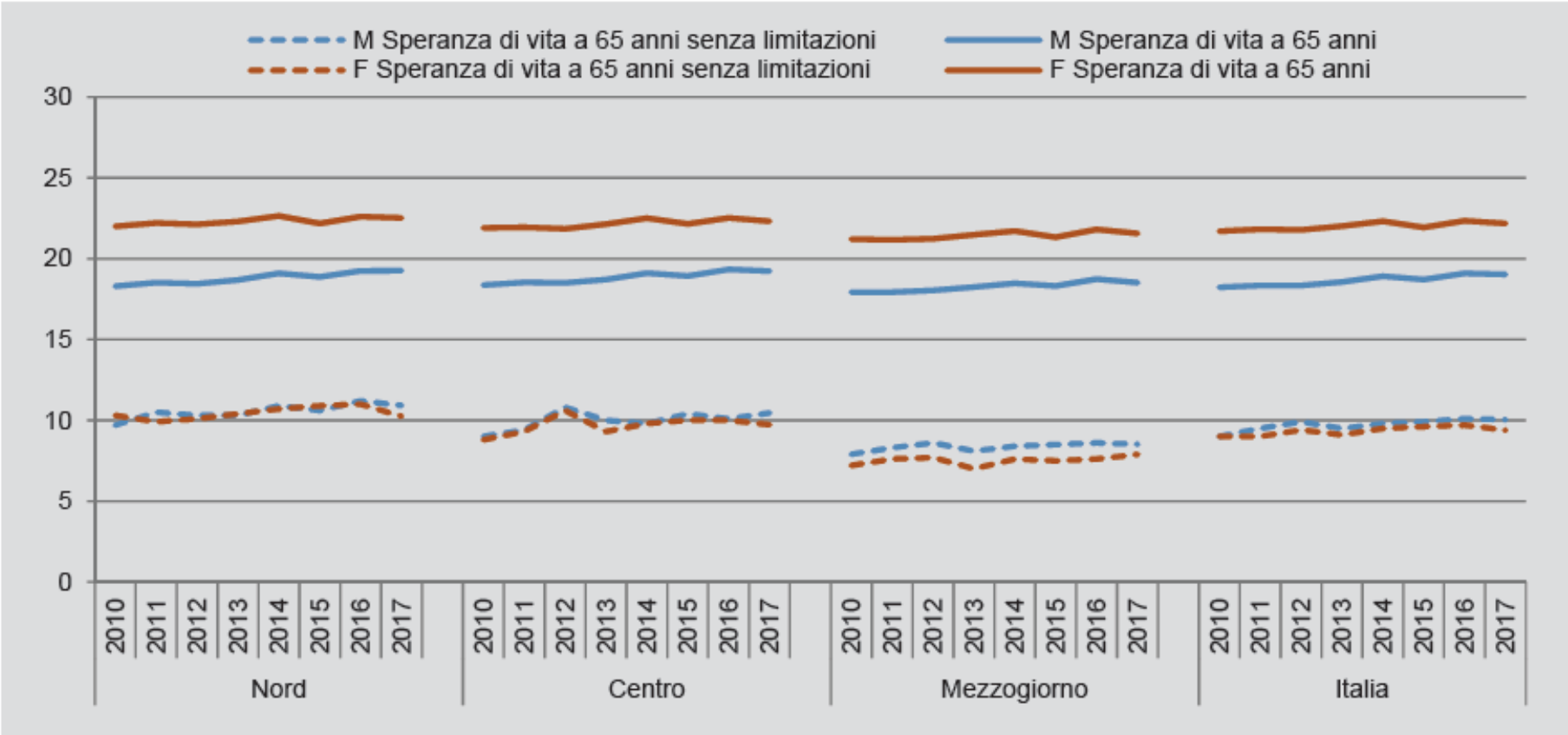
	Maschi			Femmine			Totale		
	65-74 anni	75 anni e più	Totale	65-74 anni	75 anni e più	Totale	65-74 anni	75 anni e più	Totale
Tipo di attività									
Svolgere occasionalmente attività domestiche pesanti	8,0	34,1	19,7	15,8	54,9	36,8	12,3	47,3	29,8
Fare la spesa	3,9	18,2	10,4	6,1	35,4	21,8	5,1	28,8	17,0
Svolgere attività domestiche leggere	4,7	20,0	11,7	4,9	27,7	17,2	4,8	24,9	15,0
Gestire le sue risorse economiche e le attività amministrative abituali	3,2	15,0	8,6	4,6	28,2	17,2	4,0	22,9	13,5
Preparare i pasti	4,0	15,5	9,2	3,0	21,6	12,9	3,5	19,4	11,5
Prendere le medicine	2,2	11,4	6,5	1,9	17,0	10,0	2,0	14,8	8,5
Usare il telefono	1,5	10,8	5,8	1,6	14,5	8,5	1,6	13,0	7,3
Numero di attività									
Una	4,2	11,9	7,8	9,0	17,5	13,6	6,8	15,3	11,1
Due	1,4	4,2	2,7	2,3	8,2	5,5	1,9	6,6	4,3
Tre	0,6	3,9	2,2	1,7	5,9	3,9	1,4	5,1	3,2
Quattro o più	2,9	13,3	7,7	3,5	24,5	14,8	3,2	20,1	11,7
Gravi difficoltà in almeno un'attività domestica (IADL)	9,2	33,3	20,4	16,6	56,1	37,9	13,1	47,1	30,3

Fonte: Istat, Indagine europea sulla salute (EHIS)

(a) Sono escluse le persone che non hanno mai provato a farlo o non hanno necessità di farlo.

- Il rischio LTC
- La modellizzazione del rischio LTC
- Lo studio ANIA sulle basi tecniche LTC

Speranza di vita a 65 anni e speranza di vita senza limitazioni nelle attività a 65 anni per genere e area geografica

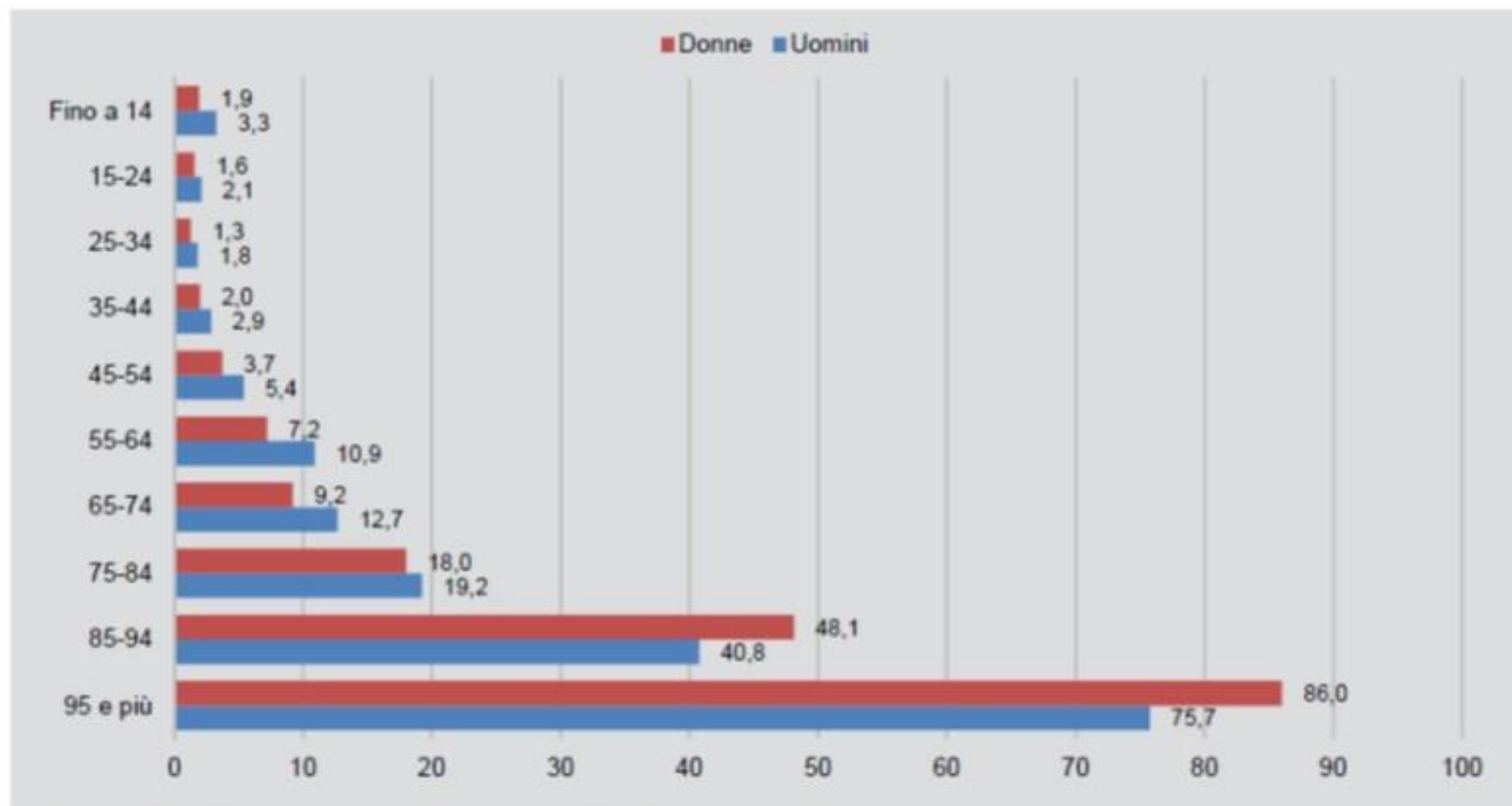


Fonte: Istat, Tavole di mortalità della popolazione italiana, Indagine Aspetti della vita quotidiana

- Il rischio LTC
- La modellizzazione del rischio LTC
- Lo studio ANIA sulle basi tecniche LTC

Beneficiari di prestazioni INPS

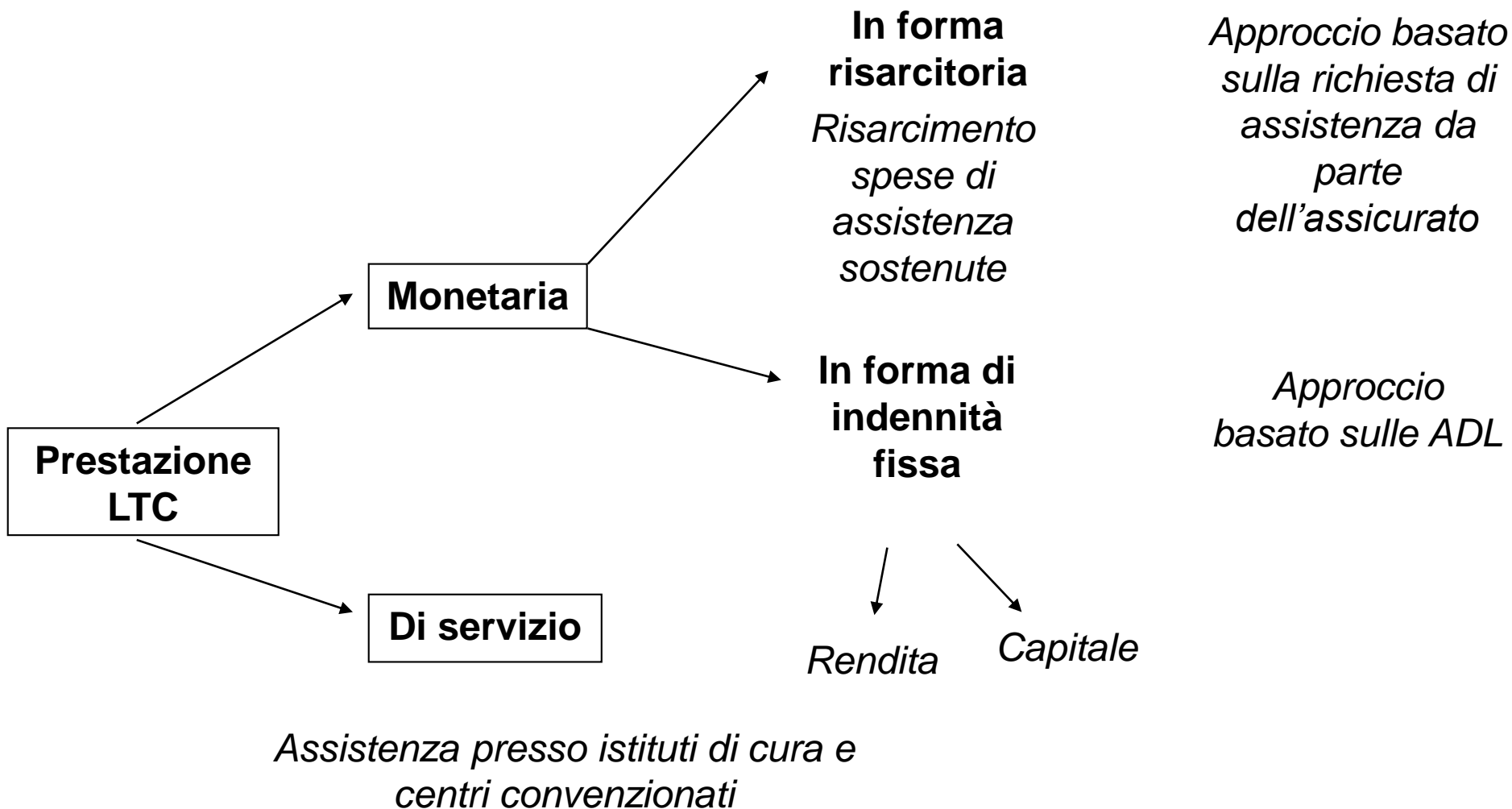
Grafico 6.5 - Beneficiari di pensioni legate alla condizione di disabilità, per genere e classe di età. Anno 2017 (tasso per 100 persone con le stesse caratteristiche)



Fonte: Istat, Elaborazioni su dati Casellario centrale dei pensionati

- Il rischio LTC
- La modellizzazione del rischio LTC
- Lo studio ANIA sulle basi tecniche LTC

Le modalità di erogazione della prestazione



Elementi di gestione assicurativa

- Prestazioni indennitarie fisse (rendita o capitale) assimilabili ai rami vita sul piano tecnico e finanziario in cui sono normativamente inquadrati (ramo IV):
 - lunga durata contrattuale
 - incertezza nel *quantum* prevalente su incertezza nell'*an* (importo predeterminato non ripetibile)
 - rilevanza dell'aspettativa di vita oltre ai tassi di disabilità (*longevity e disability risks*)
 - rilevanza del rischio finanziario
 - accantonamento di riserve matematiche
- Prestazioni di tipo risarcitorio assimilabili alle assicurazioni danni) in cui sono normativamente inquadrati (in particolare rami malattia ed infortuni)
 - copertura monoannuale (anche se rinnovata in automatico)
 - prestazioni ripetibili
 - risarcimento (non solo frequenza) aleatorio
 - rilevanza del rischio di tariffazione

Le assicurazioni LTC – La rendita

- Modalità più frequente: prestazione in forma di rendita da corrispondersi al verificarsi della non autosufficienza:
 - rata di rendita prestabilita nel contratto in modo forfettario
 - rata di rendita variabile con il grado di autosufficienza
- Modalità di pagamento:
 - premi periodici temporanei
 - premi periodici vitalizi non temporanei
 - premio unico
- Periodo iniziale di carenza
- Massimali, franchigie ed esclusioni
- Meccanismi di indicizzazione delle prestazioni o dei premi (per fronteggiare l'aumento nel tempo dei costi dei servizi LTC)

LA MODELLIZZAZIONE DEL RISCHIO LTC

I modelli multistato

- Modelli ampiamente utilizzati per rappresentare l'evoluzione degli eventi assicurati riguardanti le coperture sulla salute
- Modelli che consentono di riassumere la storia assicurativa del rischio assicurato (insorgenza di una malattia, infortunio, decesso) mediante la rappresentazione dei possibili stati assunti dal rischio stesso in ciascun istante di tempo

Definizione di modello multistato

- Spazio degli stati: insieme dei valori assunti dallo stato dell'assicurato (sopravvivenza, decesso, stato di salute)
- Transizioni tra stati: passaggi tra gli elementi dello spazio degli stati

I modelli multistato

- I modelli multistato (insieme degli stati e delle possibili transizioni) possono essere rappresentati mediante un grafo
- Struttura dello schema coerente con le condizioni contrattuali della copertura assicurativa da rappresentare (transizione tra stati che comporta un flusso monetario)

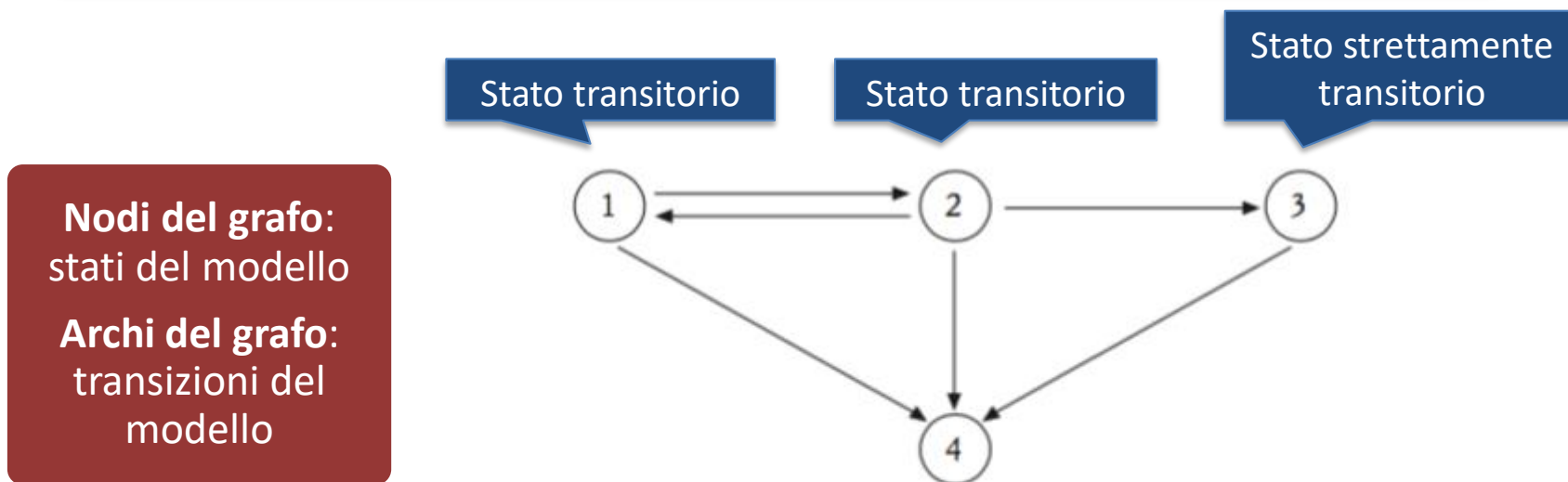


FIG. 3.1. Schematizzazione di un modello multistato per le assicurazioni di persone.

I modelli multistato

L'evoluzione di un rischio può essere descritta in termini di presenza del rischio, in ogni istante di tempo, in un determinato stato

- $S(t)$: stato aleatorio occupato al tempo $t \geq 0$
- $S(0)$: stato iniziale noto (inizio della copertura assicurativa)

L'insieme degli stati aleatori occupati dal rischio assicurato è un processo stocastico $\{S(t), t \in T\}$ a parametro temporale t (con T spazio parametrico)



**Modelli
continui**

$S(t)$ a parametro continuo ($t \geq 0$): assegnazione di intensità istantanee di transizione tra stati riferite ad intervalli di tempo infinitesimi (dt)



**Modelli
discreti**

$S(t)$ a parametro discreto ($t = 0, 1, 2, \dots$): assegnazione di probabilità di transizione tra stati riferite ad intervalli di tempo di ampiezza fissa

I processi markoviani

- Nella stima di basi demografiche per coperture assicurative rappresentate mediante modelli multistato si fa generalmente ricorso a processi stocastici markoviani
- Un processo stocastico è definito markoviano se soddisfa la proprietà di Markov (proprietà di assenza di memoria): la distribuzione di probabilità dei valori futuri del processo è determinata esclusivamente dal valore che il processo assume nell'istante corrente e non dall'intera storia passata
- Un processo markoviano $S(t)$ con spazio degli stati discreto, a tempo continuo o discreto è una catena di Markov
- Nelle assicurazioni di persone si considerano catene di Markov non omogenee: la probabilità di transizione dipende non soltanto dalla distanza tra i due istanti temporali ma anche dall'origine dell'asse dei tempi (età iniziale)

I processi markoviani

I processi markoviani costituiscono un efficace strumento per la modellistica attuariale poiché:

Generalità

Presentano una generalità sufficiente a coprire una grande varietà di situazioni relative alle assicurazioni di persone;

Formule esplicite

Hanno una struttura tale da consentire la costruzione di formule esplicite e di equazioni per i valori attuali dei premi e delle prestazioni, nonché delle riserve;

Indipendenza dalla storia passata

L'andamento futuro dipende esclusivamente dallo stato presente e non dalla storia completa del processo, quindi la distribuzione del processo è determinata completamente dalla distribuzione iniziale e dalle probabilità (intensità) di transizione.

- Il rischio LTC
- La modellizzazione del rischio LTC
- Lo studio ANIA sulle basi tecniche LTC

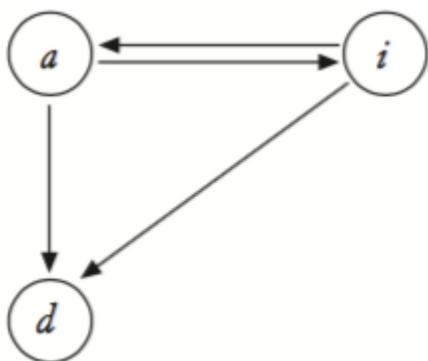
La struttura probabilistica

La struttura probabilistica del processo può essere riassunta in una matrice delle probabilità di transizione, detta matrice di Markov:

a = attivo
 i = malato
 d = deceduto

$x (x \geq 0)$: età di ingresso in assicurazione
 $x + t (t \geq 0)$: età raggiunta

Grafo di un modello multistato a 3 stati



Matrice di Markov associata al modello

$$\begin{pmatrix} p_x^{aa} & p_x^{ai} & p_x^{ad} \\ p_x^{ia} & p_x^{ii} & p_x^{id} \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

Catena di Markov non omogenea del 1° ordine

probabilità di transizione dallo stato i allo stato d tra le età x e $x + 1$

Processi markoviani: probabilità e intensità di transizione

probabilità di transizione dallo stato i allo stato j tra le età x e $x + t$

Probabilità di transizione: ${}_t p_x^{ij} = Pr\{S(x+t) = j \mid S(x) = i\}$

Modelli
discreti

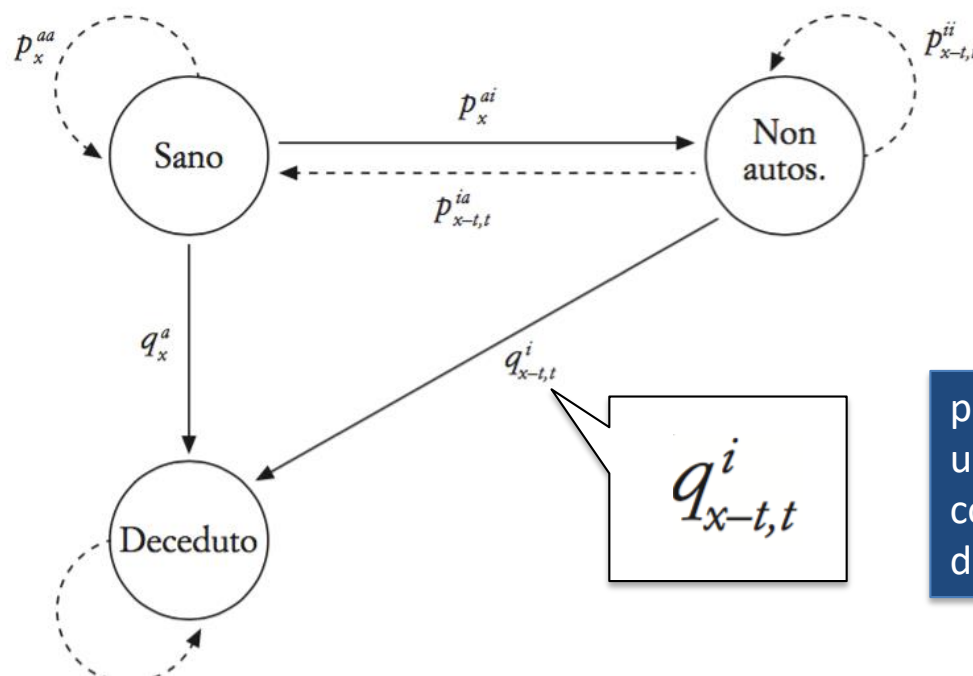
Intensità di transizione: $\mu^{ij}(x) = \lim_{t \rightarrow 0} \left(\frac{{}_t p_x^{ij}}{t} \right) \quad t \in [0, T]$

Modelli
continui

- Il rischio LTC
- La modellizzazione del rischio LTC
- Lo studio ANIA sulle basi tecniche LTC

Processi semi-markoviani

Processi di rinnovo markoviani che consentono di integrare, nella determinazione delle probabilità (intensità) di transizione o permanenza, le informazioni sul tempo trascorso nello stato dal più recente ingresso nello stato stesso.



probabilità di morte di un individuo di età x con t anni nello stato di non autosufficiente

Basi tecniche per assicurazioni LTC

- Modello multistato non omogeneo a tempo discreto con tre stati:
 - 1 = attivo,
 - 2 = non autosufficiente,
 - 3 = deceduto.
- Transizioni possibili: $1 \rightarrow 2, 1 \rightarrow 3, 2 \rightarrow 3$
- Riattivazione $2 \rightarrow 1$ non considerata per l'indisponibilità di dati ed il carattere sostanzialmente cronico della perdita di autosufficienza.
- $D^{ij}(x, t)$: numero osservato di transizioni dallo stato i allo stato j
- $l^i(x, t)$: numero di individui (della popolazione di riferimento) di età x che si trovano nello stato i nell'anno t
- Probabilità di transizione: e di permanenza:
 - $$p^{ij}(x, t) = \frac{D^{ij}(x, t)}{l^i(x, t)}; \quad p^{ii}(x, t) = \frac{l^i(x+1, t+1)}{l^i(x, t)}$$

Basi tecniche per assicurazioni LTC

- Alcuni modelli stocastici (ad es. Lee-Carter) esaminano il tasso centrale di transizione, $m^{ij}(x, t)$, invece delle probabilità di transizione.
- Tasso centrale di transizione: $m^{ij}(x, t) = \frac{D^{ij}(x, t)}{E^i(x, t)}$
- $E^i(x, t)$: esposti al rischio di transizione dallo stato i allo stato j
- Assumendo che $m^{ij}(x, t)$ sia costante all'interno di ciascun anno di calendario, valgono le seguenti relazioni:

$$p^{11}(x, t) = \exp(-m^{13}(x, t) - m^{12}(x, t))$$

$$p^{12}(x, t) = \frac{m^{12}(x, t)(p^{22}(x, t) - p^{11}(x, t))}{m^{13}(x, t) + m^{12}(x, t) - m^{23}(x, t)}$$

$$p^{23}(x, t) = 1 - \exp(-m^{23}(x, t))$$

$$p^{13}(x, t) = 1 - p^{11}(x, t) - p^{12}(x, t)$$

Modelli stocastici di proiezione in ambito demografico

- La lunga durata delle polizze LTC, unitamente all'evoluzione dinamica delle probabilità di transizione, rende necessario ricorrere a modelli di proiezione delle probabilità di transizione (non solo per le probabilità di sopravvivenza).
- Nell'ambito dei modelli introdotti in letteratura si è optato di impiegare modelli appartenenti alla famiglia dei modelli stocastici.
- **Vantaggi:**
 - tengono conto della natura stocastica dei dati di partenza
 - permettono di proiettare sia una best estimate che gli intervalli di confidenza
- **Due modelli considerati:** Lee-Carter e Cairns-Blake-Dowd. Adattati al contesto multistato.

Modello Lee-Carter

■ Ipotesi:

- $\mu(x, t)$ costante a tratti $\rightarrow m(x, t) = \mu(x, t)$ per x e t intere
- $D(x, t)$ indipendenti e distribuiti come una Poisson di parametro $E(x, t) \cdot m(x, t)$

■ Evoluzione del tasso centrale di mortalità:

$$\log(m(x, t)) = \alpha_x + \beta_x k_t$$

■ Vincoli:

$$\sum_x \beta_x = 1; \quad \sum_t k_t = 0$$

Modello Lee-Carter

- α_x comportamento della mortalità al variare dell'età
- k_t indice della variazione della mortalità nel tempo
- β_x reattività della mortalità all'indice k_t in funzione dell'età
- Processo k_t modellizzato e proiettato tramite modelli *autoregressive integrated moving average* (ARIMA)
- Caso elementare spesso adottato ARIMA(0,1,0), *random walk with drift*:

$$k_{s+1} = k_s + \mu + z_{s+1}$$

Modello Lee-Carter in ambito multistato

- **Base teorica:** estensione al contesto multistato del modello Lee-Carter proposto per la sola mortalità
- Evoluzione dei tassi centrali di transizione tra gli stati:

$$\log(m^{ij}(x, t)) = \alpha_x^{ij} + \beta_x^{ij} k_t^{ij}$$

- Vincoli:

$$\sum_x \beta_x^{ij} = 1; \quad \sum_t k_t^{ij} = 0$$

- Processi k_t^{ij} modellizzati e proiettati tramite un modello ARIMA(0,1,0):

$$K_{s+1} = K_s + \mu + CZ_{s+1}$$

- Con C matrice triangolare 3×3 ricavata dalla matrice di varianza e covarianza tra i parametri K e Z vettore 3×1 di variabili normali standardizzate indipendenti

Modello Cairns-Blake-Dowd

■ Ipotesi:

- $\mu(x, t)$ costante a tratti $\rightarrow m(x, t) = \mu(x, t)$ per x e t intere $\rightarrow m(x, t) = \log(1 - q(x, t))$
- $D(x, t)$ indipendenti e distribuiti come una Poisson di parametro $E(x, t) \cdot m(x, t)$

■ Evoluzione della trasformata logit della probabilità di morte:

$$\text{logit}(q(x, t)) = k_t^{(1)} + k_t^{(2)}(x - \bar{x})$$

■ Vincoli non necessari

Modello Cairns-Blake-Dowd

- $k_t^{(1)}$ indice che misura la variazione del livello della mortalità nel tempo
- $k_t^{(2)}$ indice che misura la variazione della pendenza della mortalità nel tempo
- Processi $k_t^{(j)}$ modellizzati e proiettati tramite modelli *autoregressive integrated moving average* (ARIMA):

- Caso elementare spesso adottato ARIMA(1,1,0):

$$K_{s+1} = K_s + \phi(K_{s-2} - K_{s-1}) + \mu + CZ_{s+1}$$

- con ϕ vettore 2×1 dei parametri della parte autoregressiva del modello, C matrice triangolare 2×2 ricavata dalla matrice di varianza e covarianza tra i parametri K e Z vettore 2×1 di variabili normali standardizzate indipendenti

Modello Cairns-Blake-Dowd in ambito multistato

- **Base teorica:** estensione al contesto multistato del modello Cairns-Blake-Dowd per la sola mortalità
- Evoluzione della trasformata logit delle probabilità di transizione tra gli stati:

$$\text{logit}(p^{ij}(x, t)) = {}^{ij}k_t^{(1)} + {}^{ij}k_t^{(2)}(x - \bar{x})$$

- Processi ${}^{ij}k_t^{(h)}$ modellizzati e proiettati tramite modelli *autoregressive integrated moving average* (ARIMA):

$$K_{s+1} = K_s + \phi(K_{s-2} - K_{s-1}) + \mu + CZ_{s+1}$$

- con ϕ vettore 6×1 dei parametri della parte autoregressiva del modello, C matrice triangolare 6×6 ricavata dalla matrice di varianza e covarianza tra i parametri K e Z vettore 6×1 di variabili normali standardizzate indipendenti

La stima dei parametri dei modelli

- La stima dei parametri (ρ) sia per il modello Lee-Carter che per il Cairns-Blake-Dowd è stata effettuata in base al metodo della massima logverosimiglianza.
- La logverisimiglianza è data da:

$$l(\rho, D, E) = \sum_{x,t} \{D(x,t) \ln[E(x,t) m(x,t, \rho)] - E(x,t) m(x,t, \rho) - \ln[D(x,t)!]\}$$

La scelta del modello di proiezione

- Confronto tra modello Lee-Carter e il Cairns-Blake-Dowd in base a criteri sia qualitativi che quantitativi relativi alla bontà di adattamento:
 - Analisi dei residui (per età ed anno)
 - Bayesian Information Criterion (BIC) – penalità legata al numero di parametri che caratterizzano il modello:

$$\text{BIC} = l(\hat{\rho}) - 0.5K \ln(N)$$

Logverosimiglianza
funzione del vettore di
parametri stimati ρ

Numero effettivo di
parametri stimati

Numero di
osservazioni

LO STUDIO ANIA SULLE BASI TECNICHE LTC

- Il rischio LTC
- La modellizzazione del rischio LTC
- Lo studio ANIA sulle basi tecniche LTC

Lo studio



PARTE SECONDA: MODELLI ATTUARIALI E STIMA DI BASI TECNICHE	
III. Modelli attuariali per la stima di basi tecniche relative ad assicurazioni di persone, <i>di Fabio Baione, Paolo De Angelis, Susanna Levantesi, Massimiliano Menzietti e Agostino Tripodi</i>	p. 85
1. I modelli multistato	85
2. Processi markoviani	88
3. Processi semi-markoviani	93
4. Metodi di analisi della sopravvivenza	99
5. Un modello deterministico per la stima di basi tecniche relative ad assicurazioni malattie gravi	116
6. Modelli stocastici per la proiezione della mortalità	118
IV. Stima di basi tecniche per assicurazioni LTC, malattie gravi e invalidità, <i>di Fabio Baione, Carlo Conforti, Susanna Levantesi, Massimiliano Menzietti e Agostino Tripodi</i>	123
1. Introduzione	123
2. La struttura e i contenuti delle basi di dati	124
3. Stima delle basi demografiche	145
Limitazioni dello studio e considerazioni finali	197
Appendice: Elenco delle basi demografiche	203
Riferimenti bibliografici	209

La base dati per l'assicurazione per la perdita di autosufficienza

- Dati INPS relativi ai titolari di indennità di accompagnamento
- Requisiti per ottenere l'indennità di accompagnamento:
 - riconoscimento di totale inabilità (100%) per affezioni fisiche o psichiche,
 - impossibilità di deambulare senza l'aiuto permanente di un accompagnatore, ovvero impossibilità di compiere gli atti quotidiani della vita con conseguente necessità di un'assistenza continua.
- Al compimento del 65° anno di età, il diritto all'indennità è subordinato alla condizione che la persona abbia difficoltà persistenti a svolgere i compiti e le funzioni dell'età: impossibilità alla deambulazione autonoma e mancanza assoluta di autosufficienza.
- L'indennità è compatibile con lo svolgimento di un'attività lavorativa.
- L'indennità è compatibile e cumulabile con: pensione di inabilità e pensioni per i ciechi totali o parziali.

La base dati per l'assicurazione per la perdita di autosufficienza

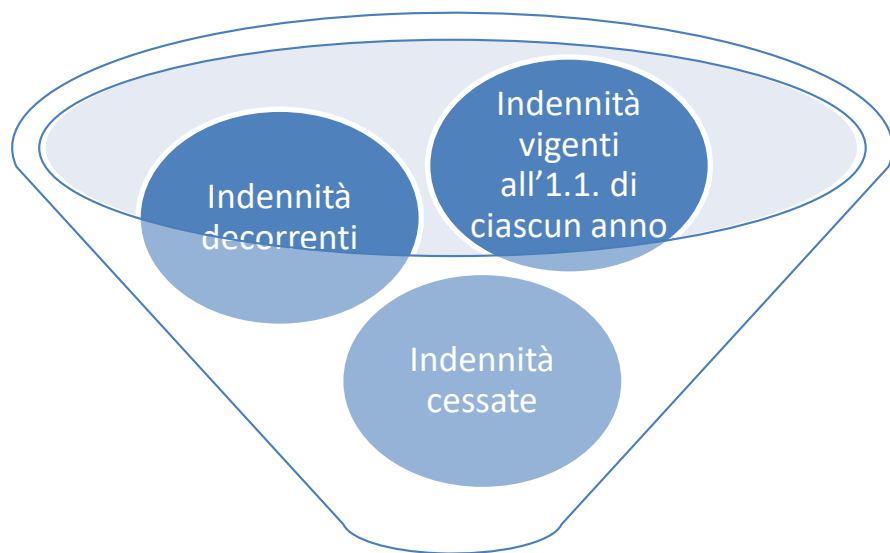
- Il dataset INPS è stato sottoposto a controlli di congruità che hanno portato ad escludere i dati relativi all'anno 2001 (presenza di alcune anomalie) e all'anno 2013 (al momento dell'elaborazione non erano disponibili informazioni sulla mortalità osservata della popolazione generale).
- Base dati utilizzata:
 - riferita al periodo 2002-2012,
 - intervallo di età considerato: 20-95 anni.
 - Limite dei 95 anni fissato in ragione dell'eccessiva variabilità del fenomeno alle età avanzate (rarefazione dei dati osservati).
- Buona aderenza tra le caratteristiche della base dati e la definizione presente nei prodotti assicurativi (che prevedono però vincoli specifici per la determinazione della non autosufficienza, come l'incapacità di svolgere un determinato numero di ADL).

Criticità del dataset relativo alle indennità di accompagnamento

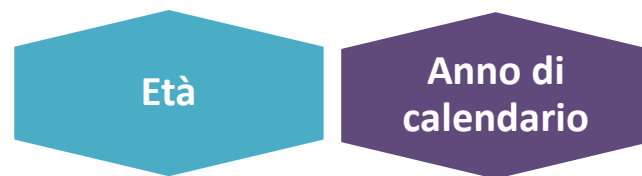
- **L. 102 del 2009:** attribuzione all'INPS di nuove competenze sull'accertamento della disabilità; un medico dell'Istituto nella composizione delle Commissioni → maggior rigore nella concessione delle indennità di accompagnamento.
- **Conseguenze:** diminuzione delle probabilità di transizione dallo stato di attivo a quello di non autosufficiente dal 2009 (nell'arco 2002-2012 resta comunque leggermente crescente); più alta mortalità dei non autosufficienti (over 60) rispetto al passato:
 - *a 20 anni, da circa il 3,5% nel 2002 a meno dell'1% nel 2012,*
 - *a 40 anni da quasi il 9% nel 2002 a meno del 5,5% nel 2012,*
- **ma**
 - *a 70 anni da poco più del 15% nel 2002 a oltre il 17% nel 2012,*
 - *a 90 anni da poco più del 20% nel 2002 a quasi il 32% nel 2012*

La base dati per l'assicurazione per la perdita di autosufficienza

■ Indennità di accompagnamento per il periodo 2002-2012



- numero di persone non autosufficienti;
- decessi tra le persone non autosufficienti;
- numero di nuovi casi di non autosufficienza.



Risultati BIC

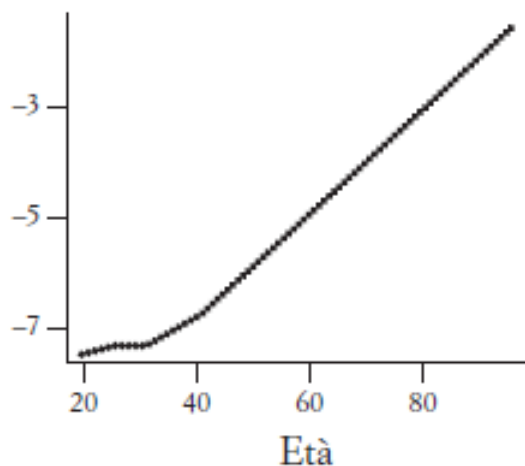
Modello	BIC - Maschi			BIC - Femmine		
	$p^{13}(x, t)$	$p^{23}(x, t)$	$p^{12}(x, t)$	$p^{13}(x, t)$	$p^{23}(x, t)$	$p^{12}(x, t)$
Lee-Carter	-12,034	-4,654	-5,927	-20,246	-4,969	-10,087
Cairns-Blake-Dowd	-25,499	-9,605	-16,292	-45,762	-27,000	-60,604

- Per tutti e 3 le probabilità, sia per la popolazione maschile che femminile, si hanno valori migliori per il modello Lee-Carter.

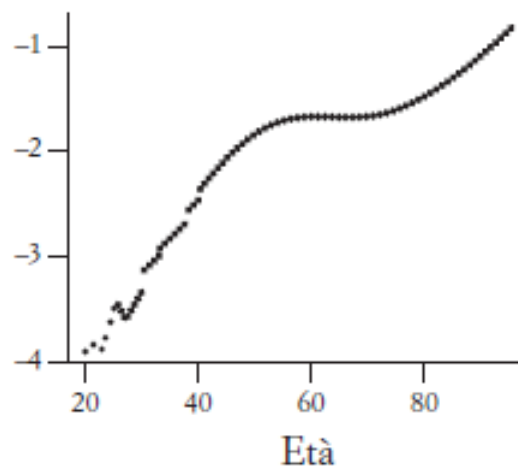
- Il rischio LTC
- La modellizzazione del rischio LTC
- Lo studio ANIA sulle basi tecniche LTC

I parametri del modello Lee-Carter multivariato: alfa per la popolazione maschile

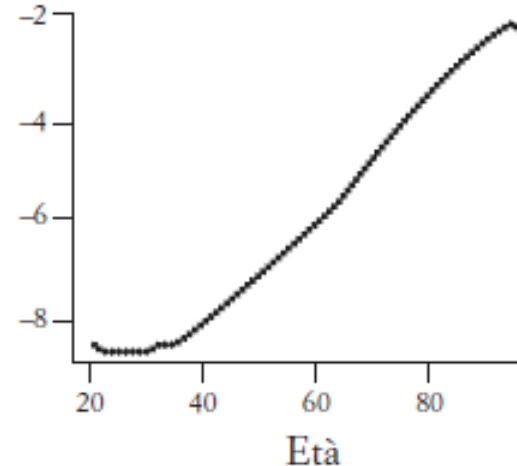
α_x^{13} - Mortalità attivi



α_x^{23} - Mortalità Ltc

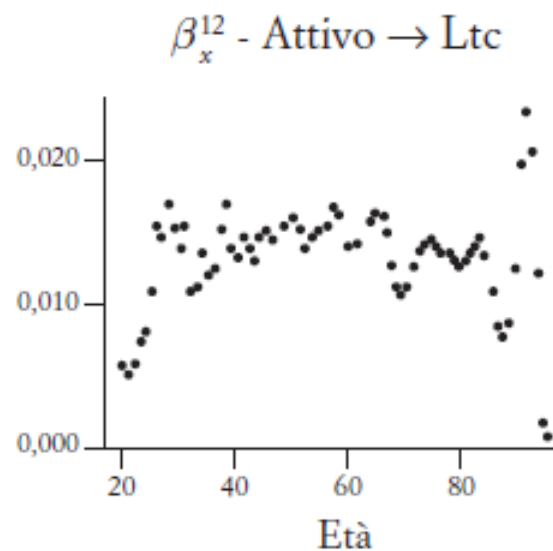
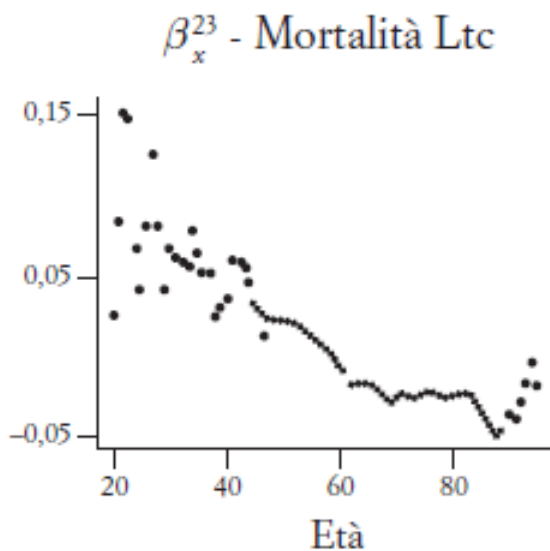
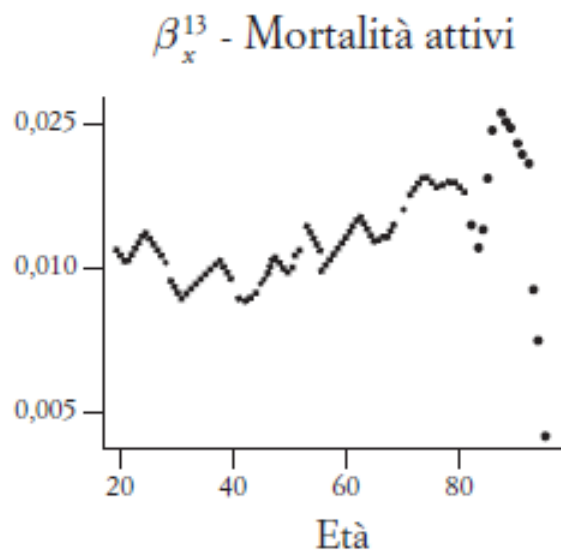


α_x^{12} - Attivo → Ltc



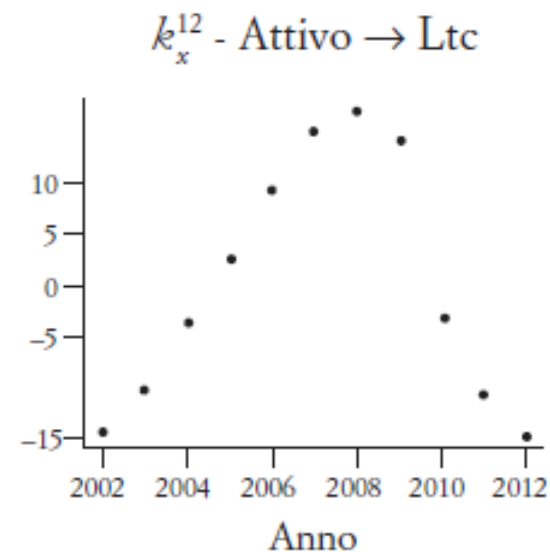
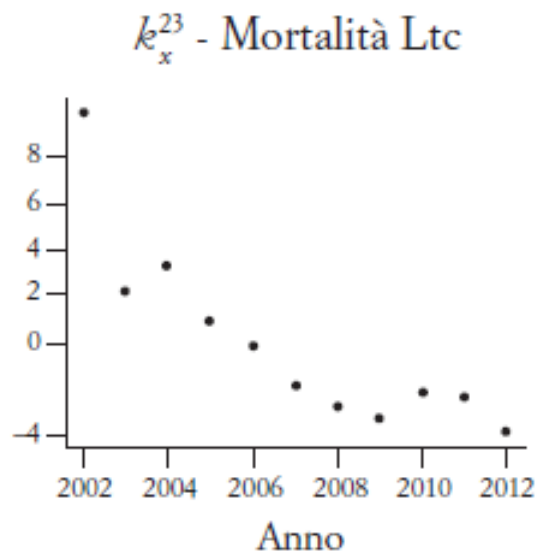
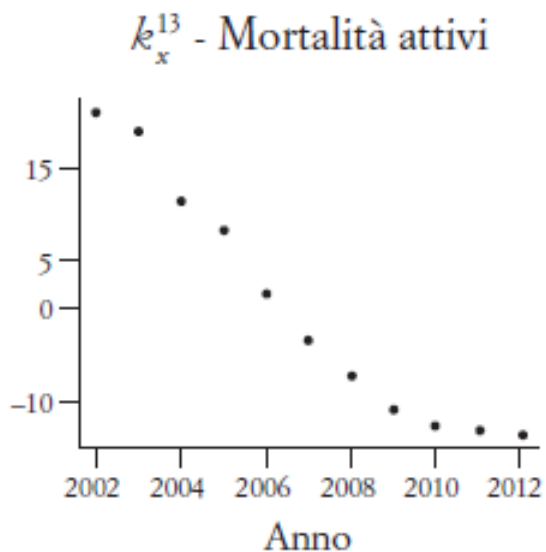
- Il rischio LTC
- La modellizzazione del rischio LTC
- Lo studio ANIA sulle basi tecniche LTC

I parametri del modello Lee-Carter multivariato: beta per la popolazione maschile



- Il rischio LTC
- La modellizzazione del rischio LTC
- Lo studio ANIA sulle basi tecniche LTC

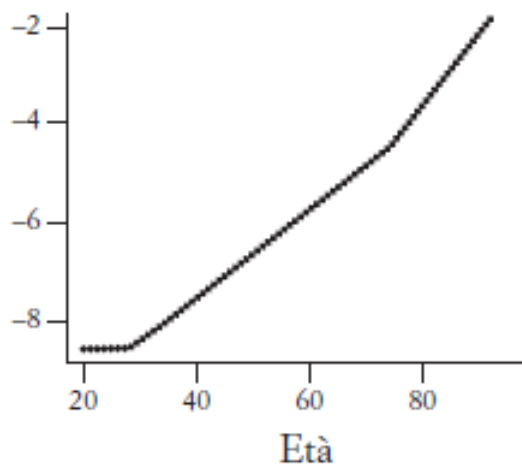
I parametri del modello Lee-Carter multivariato: kappa per la popolazione maschile



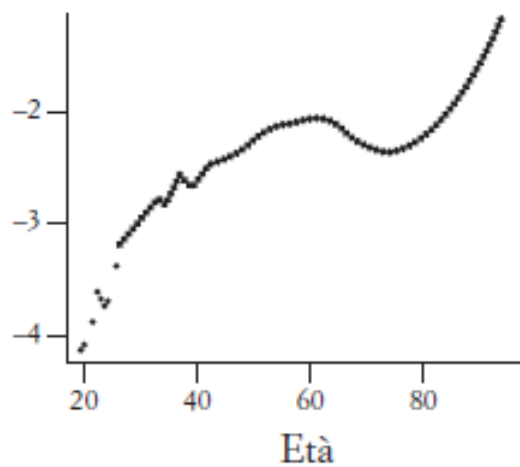
- Il rischio LTC
- La modellizzazione del rischio LTC
- Lo studio ANIA sulle basi tecniche LTC

I parametri del modello Lee-Carter multivariato: alfa per la popolazione femminile

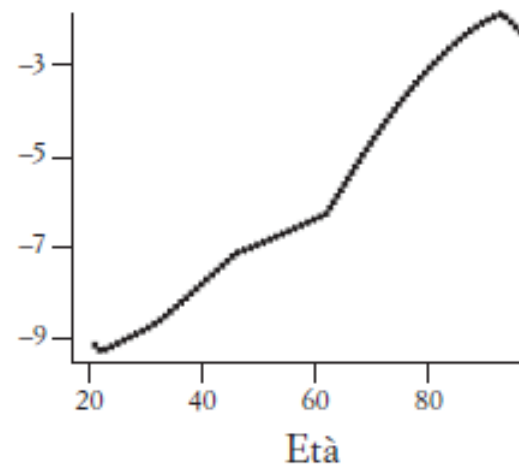
α_x^{13} - Mortalità attivi



α_x^{23} - Mortalità Ltc

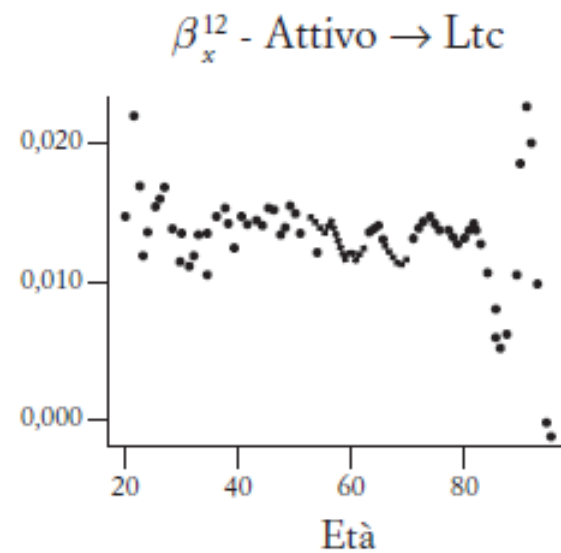
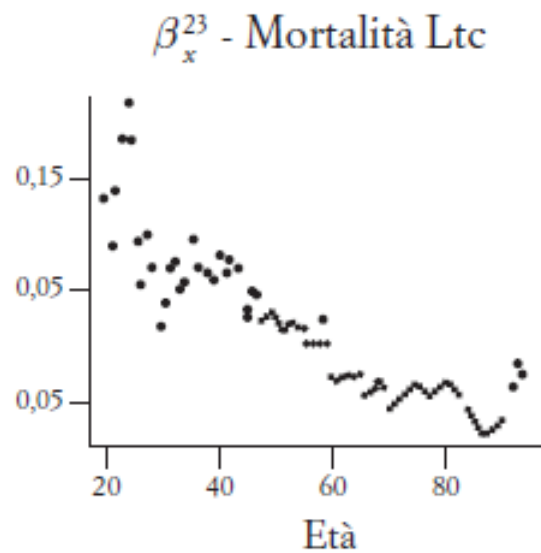
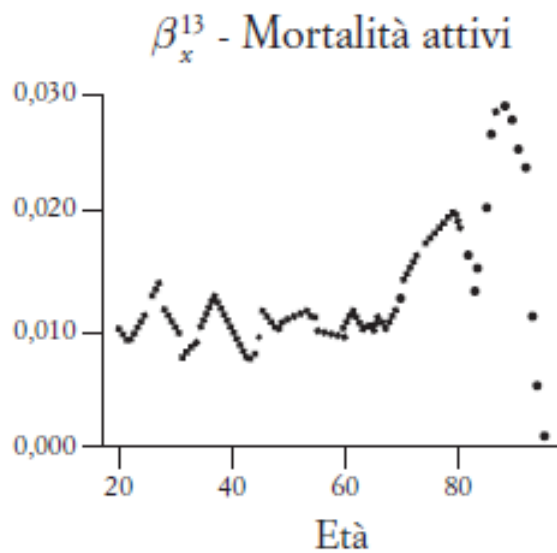


α_x^{12} - Attivo \rightarrow Ltc



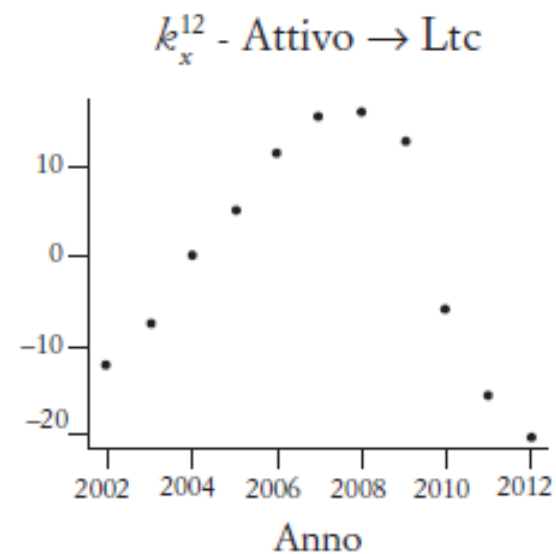
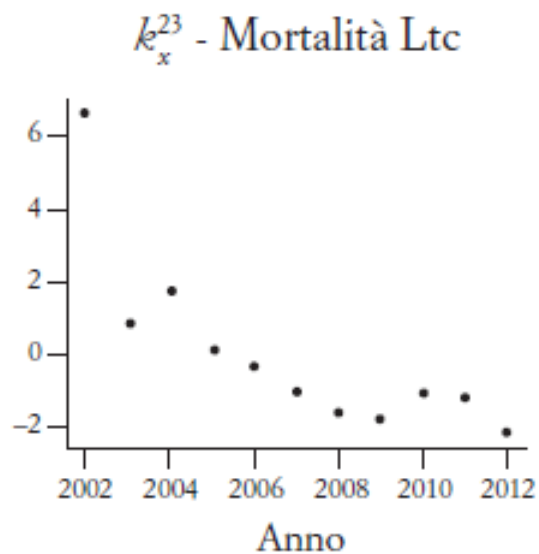
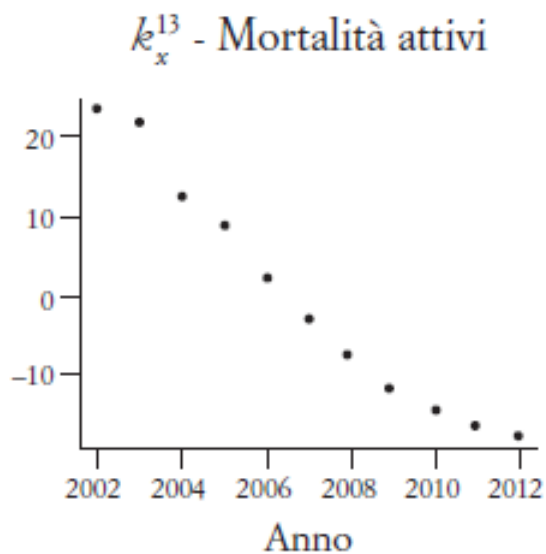
- Il rischio LTC
- La modellizzazione del rischio LTC
- Lo studio ANIA sulle basi tecniche LTC

I parametri del modello Lee-Carter multivariato: beta per la popolazione femminile



- Il rischio LTC
- La modellizzazione del rischio LTC
- Lo studio ANIA sulle basi tecniche LTC

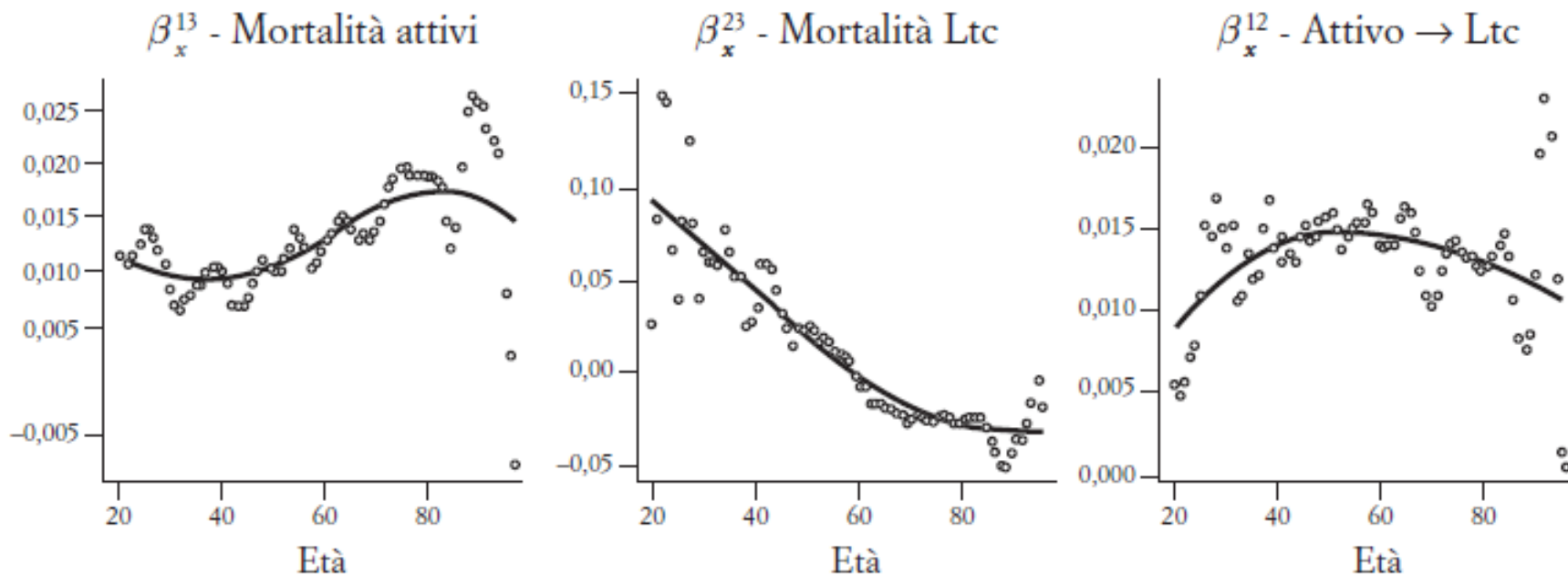
I parametri del modello Lee-Carter multivariato: kappa per la popolazione femminile



La perequazione dei parametri beta

- L'andamento irregolare (e biologicamente non giustificato) dei beta ha indotto ad effettuare lo *smoothing* degli stessi con funzioni di tipo *spline*.

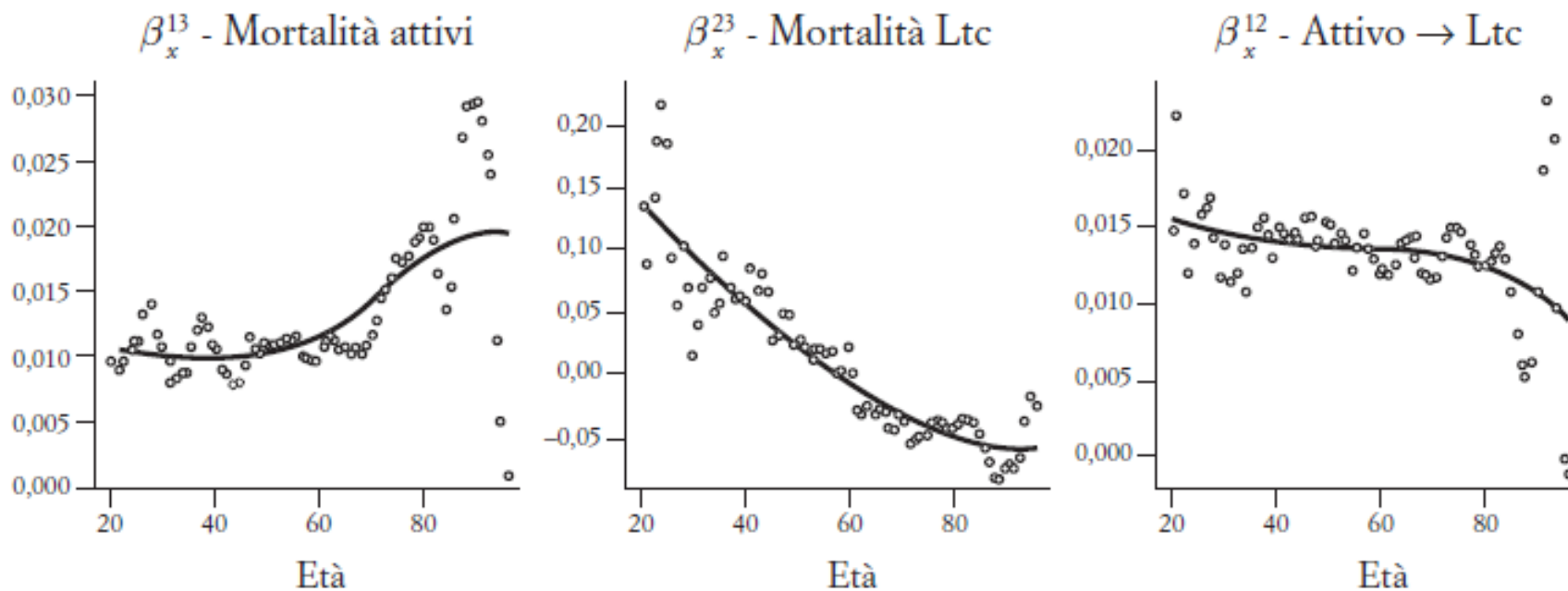
Beta della popolazione maschile



- Il rischio LTC
- La modellizzazione del rischio LTC
- Lo studio ANIA sulle basi tecniche LTC

La perequazione dei parametri beta

Beta della popolazione femminile



La scelta del modello ARIMA per la proiezione delle intensità

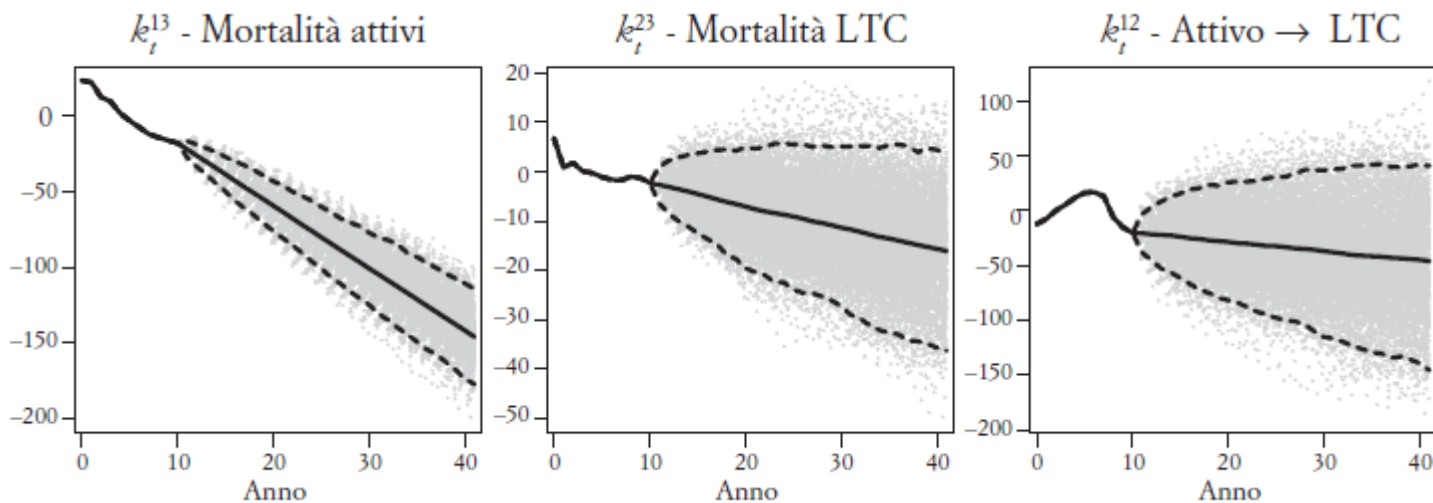
- Scelto per tutti i tre processi kappa, sia per popolazione maschile che femminile, un ARIMA(0,1,0) (*random walk with drift*)
- k_t^{13} per entrambi i generi andamento sostanzialmente lineare su tutto l'orizzonte di analisi
- k_t^{23} per entrambi i generi andamento sostanzialmente lineare sino al 2009
- k_t^{12} per entrambi i generi inversione di tendenza dal 2009 (*obiettivo di sterilizzazione dell'effetto dei cambiamenti normativi*)

Parametro	ARIMA	Maschi		Femmine	
		σ^2	μ	σ^2	μ
k_t^{13}	(0,1,0)	5.6060	-3.4617	7.5426	-4.1470
k_t^{23}	(0,1,0)	6.2642	-0.6921	3.7019	-0.4498
k_t^{12}	(0,1,0)	60.5564	-0.0109	72.6329	-0.4026

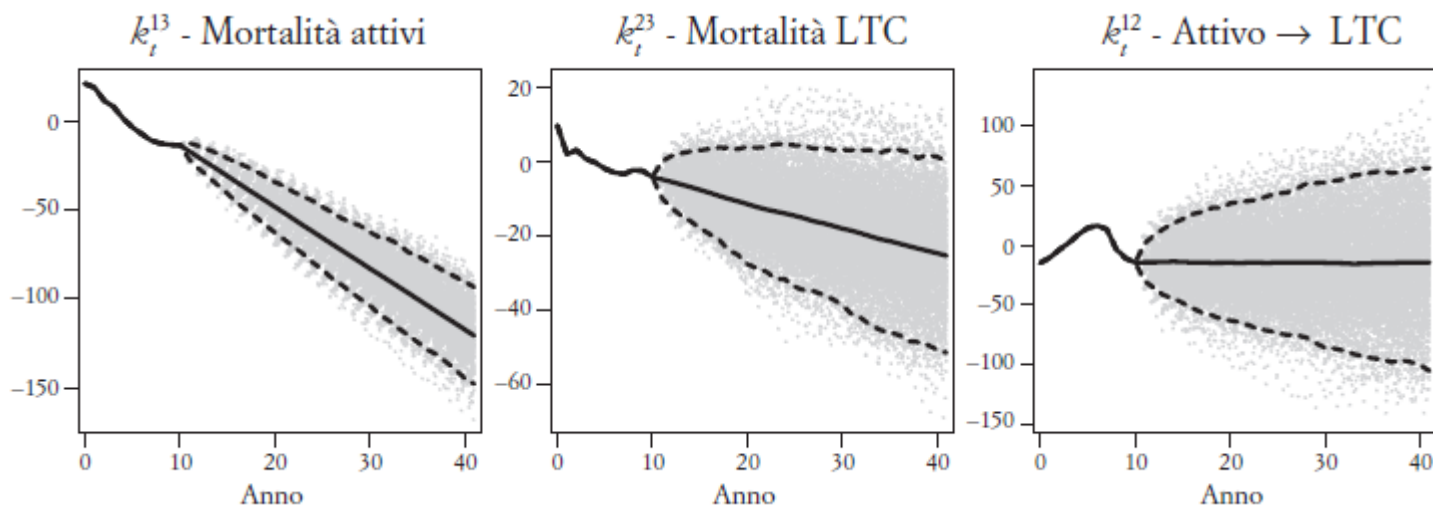
- Il rischio LTC
- La modellizzazione del rischio LTC
- Lo studio ANIA sulle basi tecniche LTC

La proiezione dei fattori temporali (kappa)

Maschi

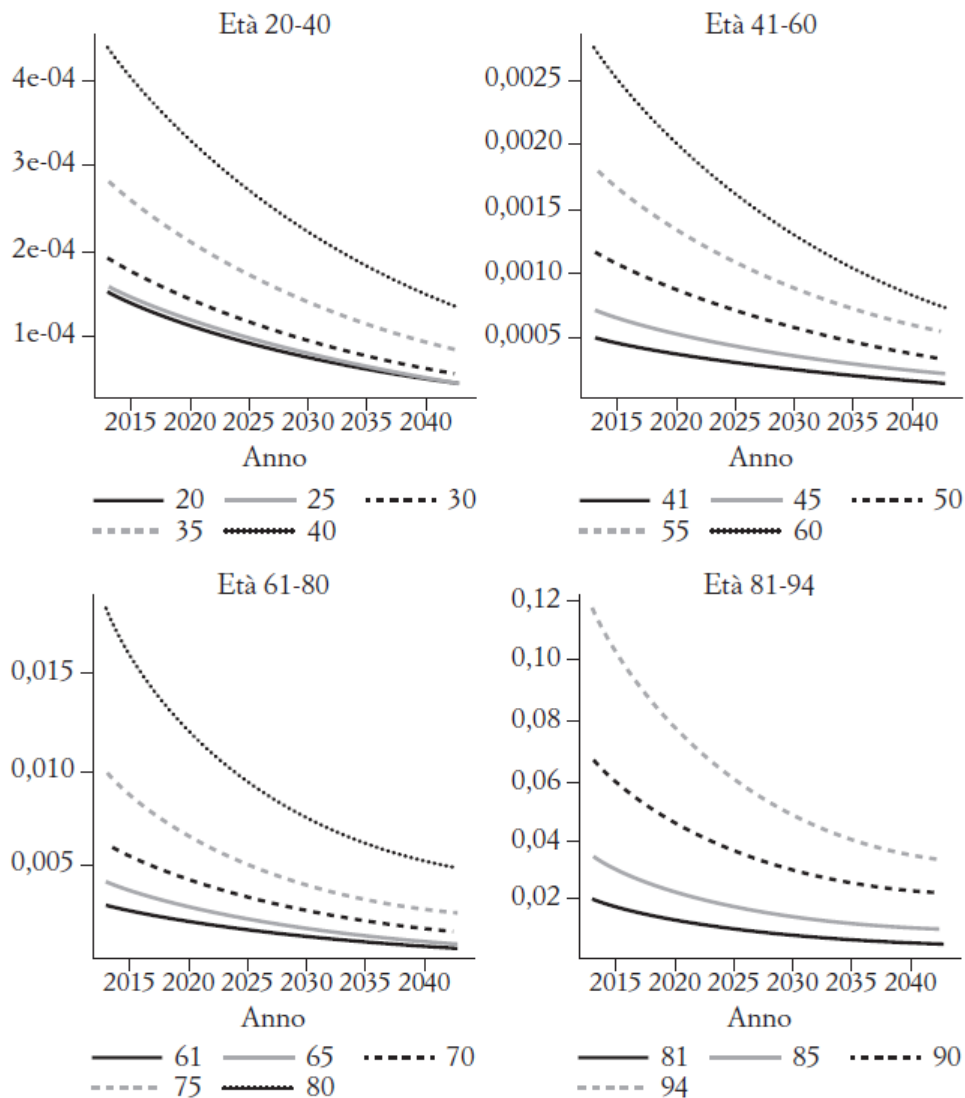


Femmine



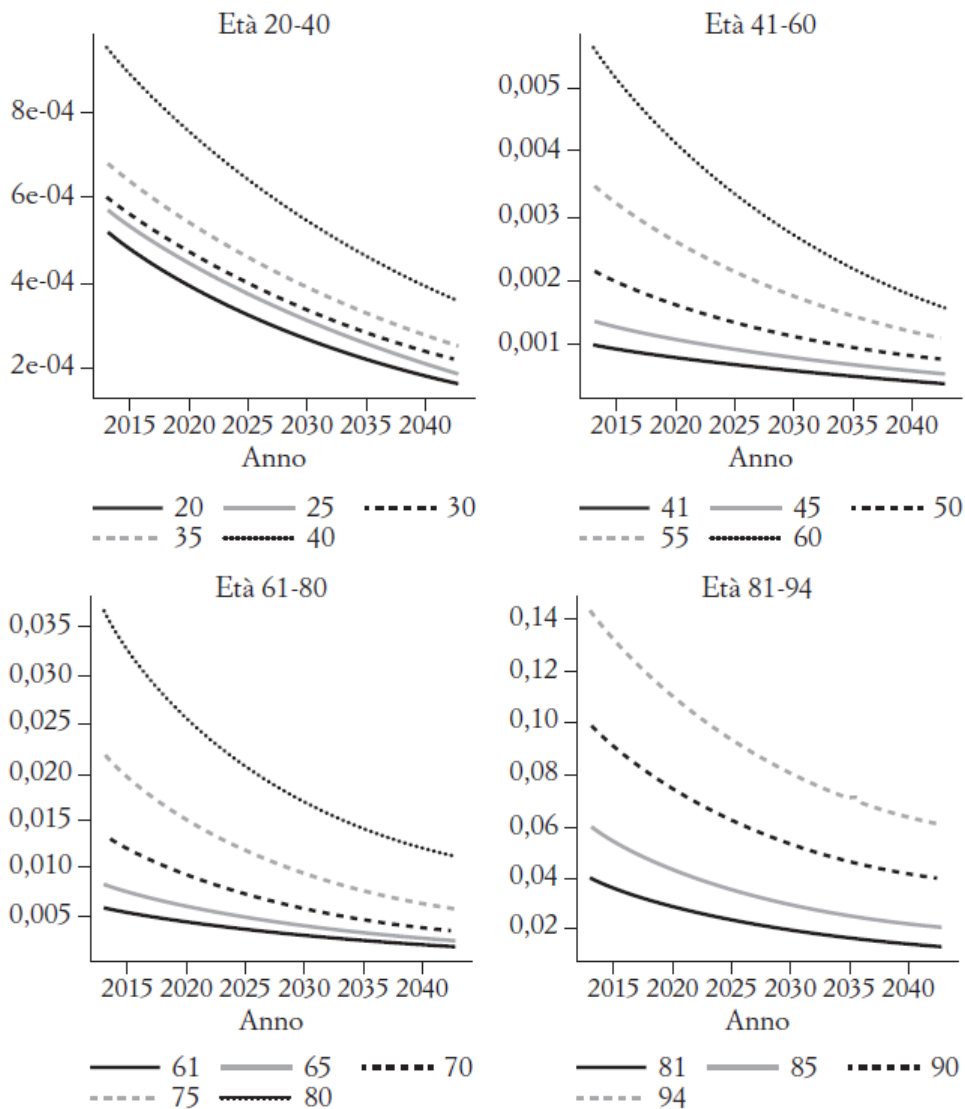
- Il rischio LTC
- La modellizzazione del rischio LTC
- Lo studio ANIA sulle basi tecniche LTC

Le probabilità proiettate: $p^{13}(x, t)$ femmine



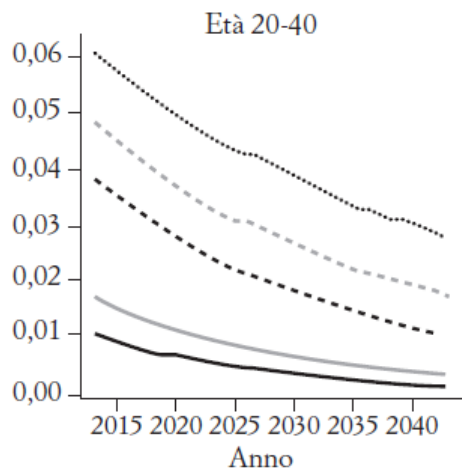
- Il rischio LTC
- La modellizzazione del rischio LTC
- Lo studio ANIA sulle basi tecniche LTC

Le probabilità proiettate: $p^{13}(x, t)$ maschi

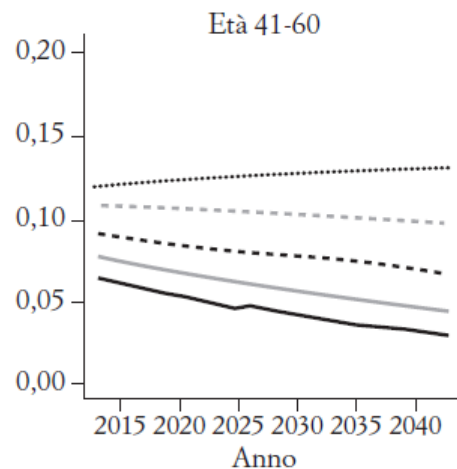


- Il rischio LTC
- La modellizzazione del rischio LTC
- Lo studio ANIA sulle basi tecniche LTC

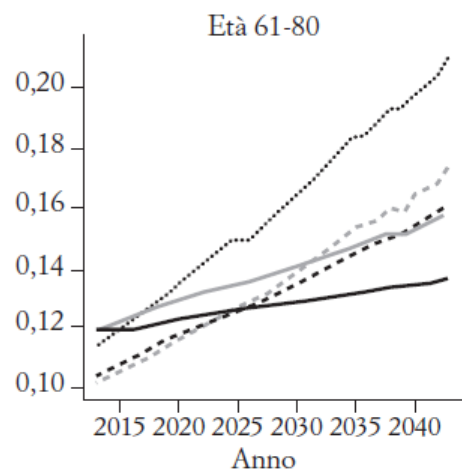
Le probabilità proiettate: $p^{23}(x, t)$ femmine



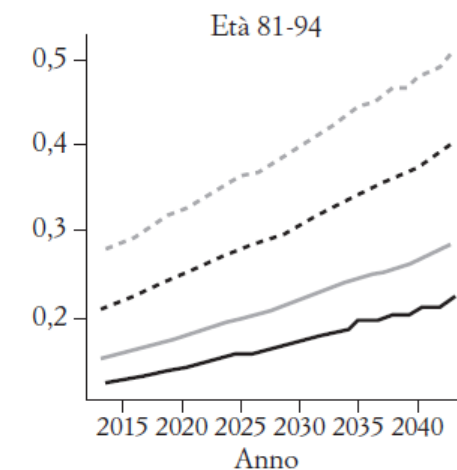
— 20 — 25 30
- - - 35 - - - - 40



— 41 — 45 50
- - - 55 - - - - 60



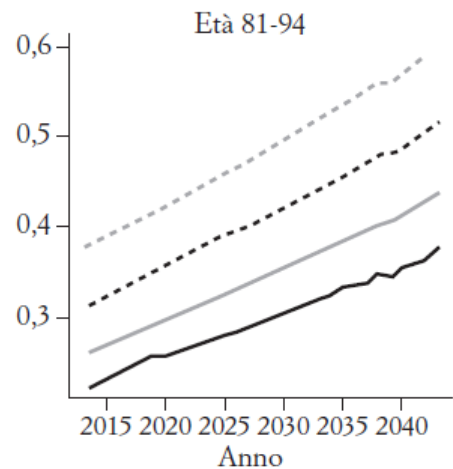
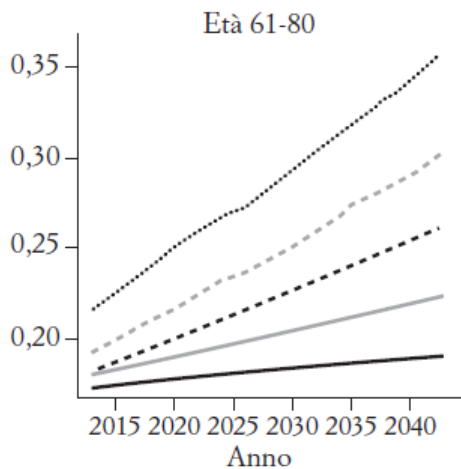
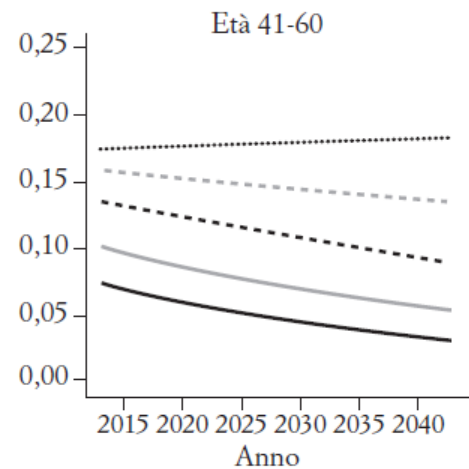
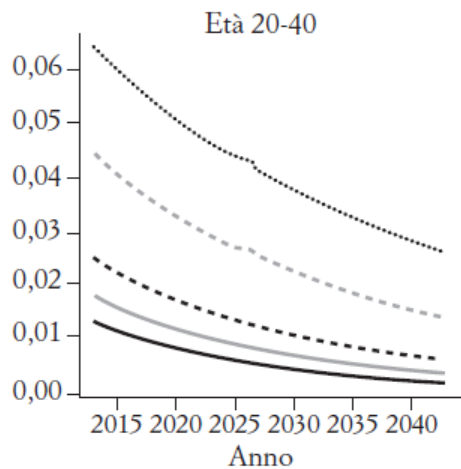
— 61 — 65 70
- - - 75 - - - - 80



— 81 — 85 90
- - - 94

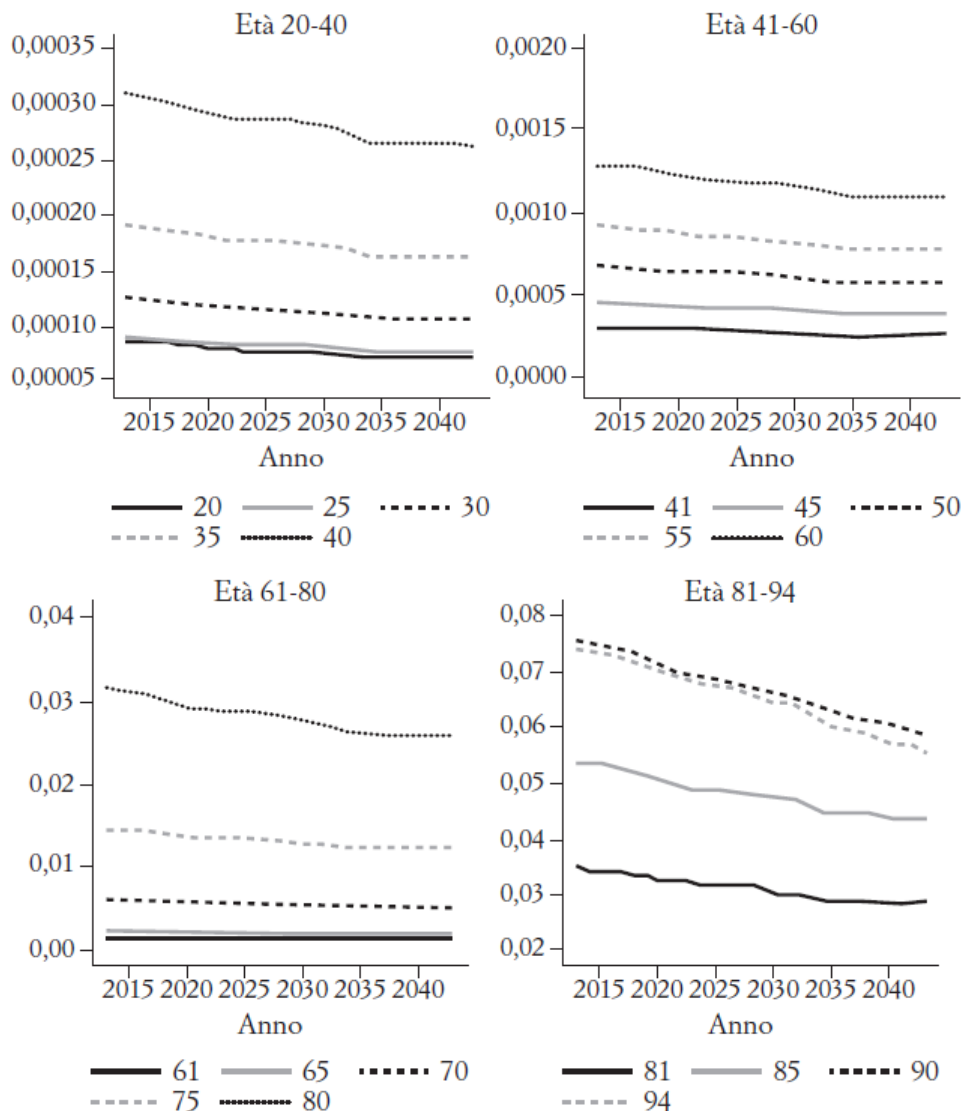
- Il rischio LTC
- La modellizzazione del rischio LTC
- Lo studio ANIA sulle basi tecniche LTC

Le probabilità proiettate: $p^{23}(x, t)$ maschi



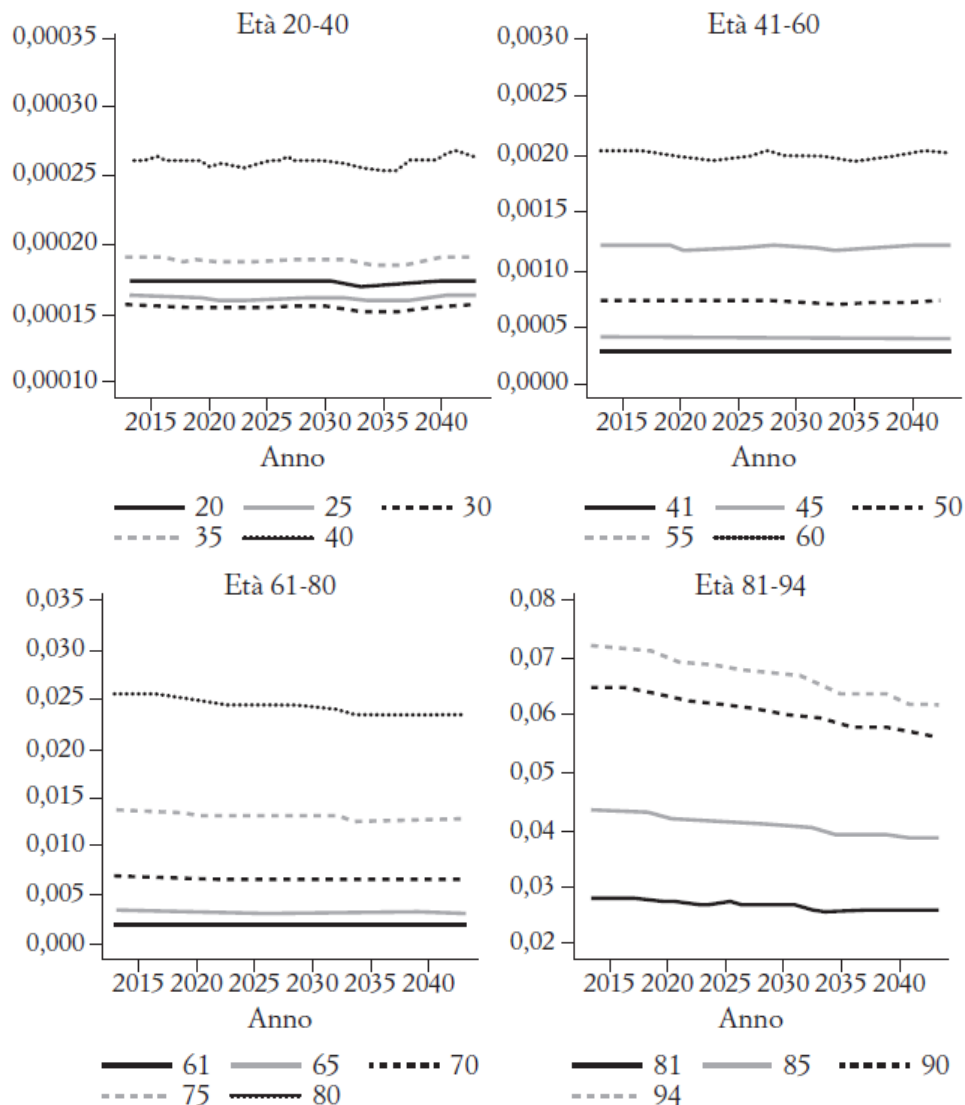
- Il rischio LTC
- La modellizzazione del rischio LTC
- Lo studio ANIA sulle basi tecniche LTC

Le probabilità proiettate: $p^{12}(x, t)$ femmine



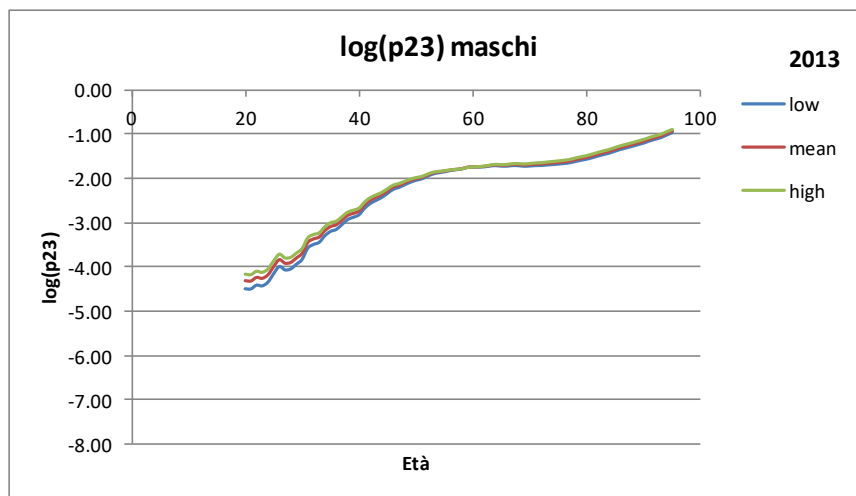
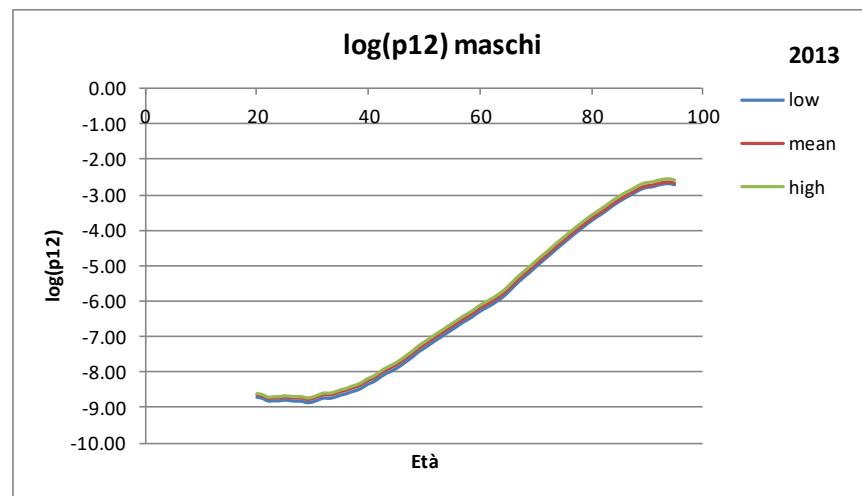
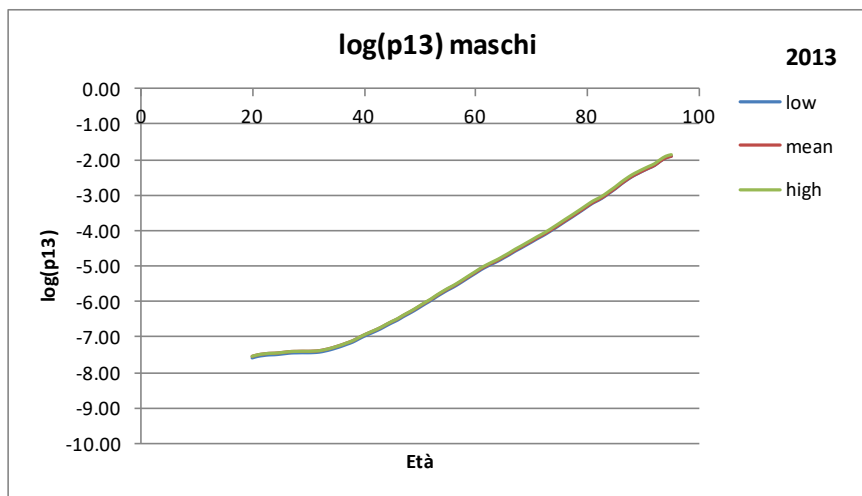
- Il rischio LTC
- La modellizzazione del rischio LTC
- Lo studio ANIA sulle basi tecniche LTC

Le probabilità proiettate: $p^{12}(x, t)$ maschi



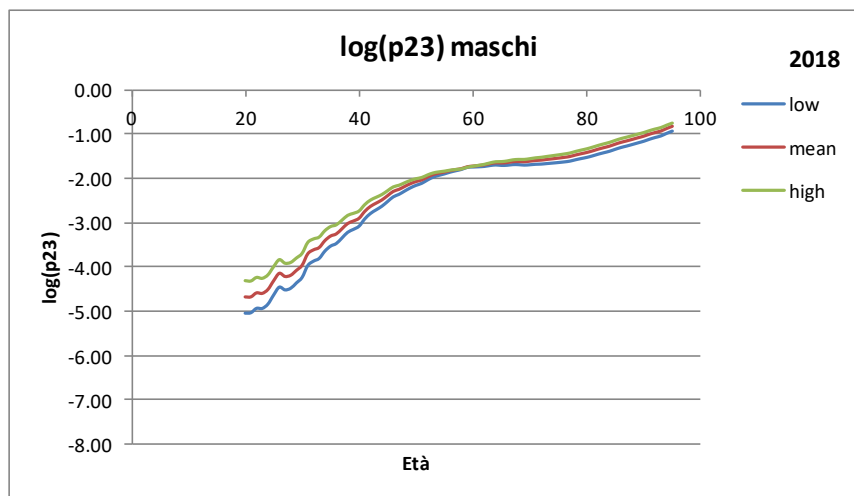
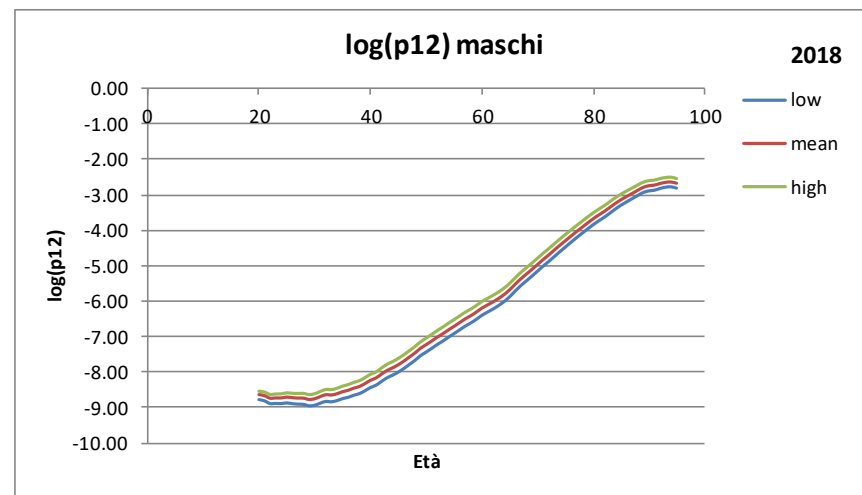
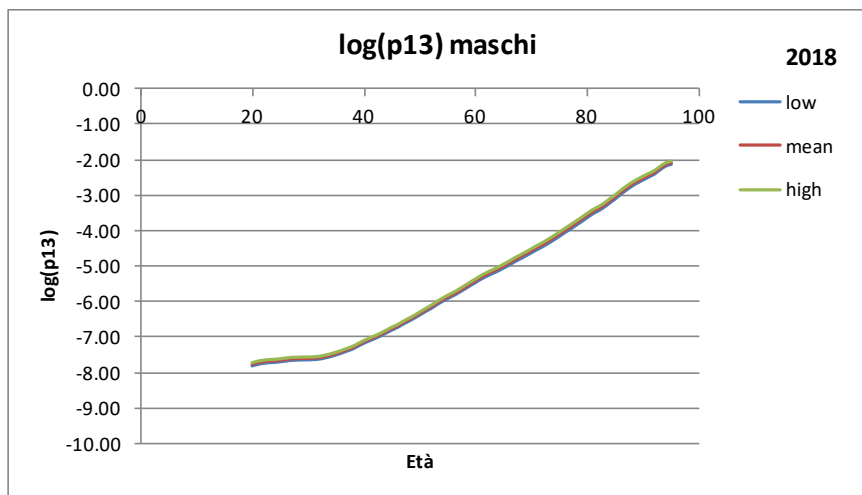
- Il rischio LTC
- La modellizzazione del rischio LTC
- Lo studio ANIA sulle basi tecniche LTC

2013 – Maschi



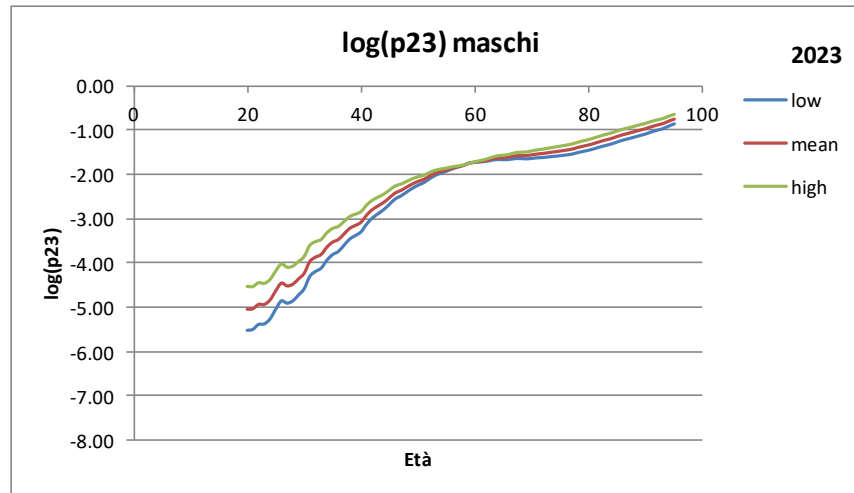
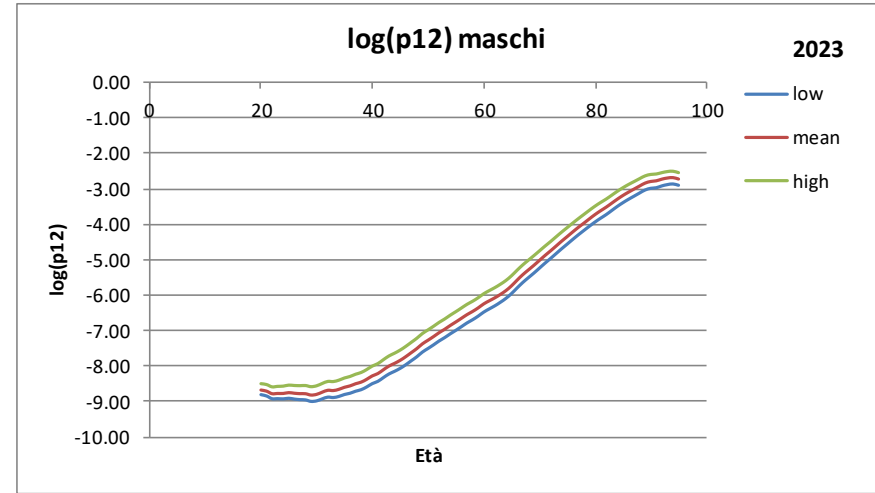
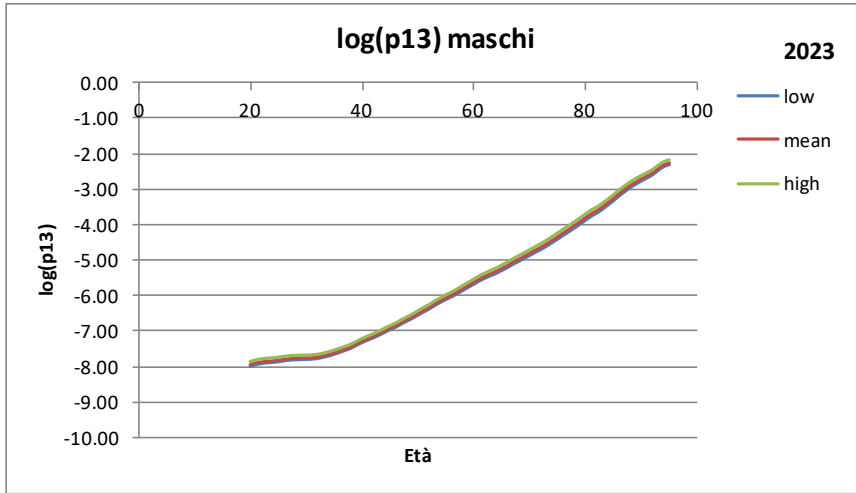
- Il rischio LTC
- La modellizzazione del rischio LTC
- Lo studio ANIA sulle basi tecniche LTC

2018 – Maschi



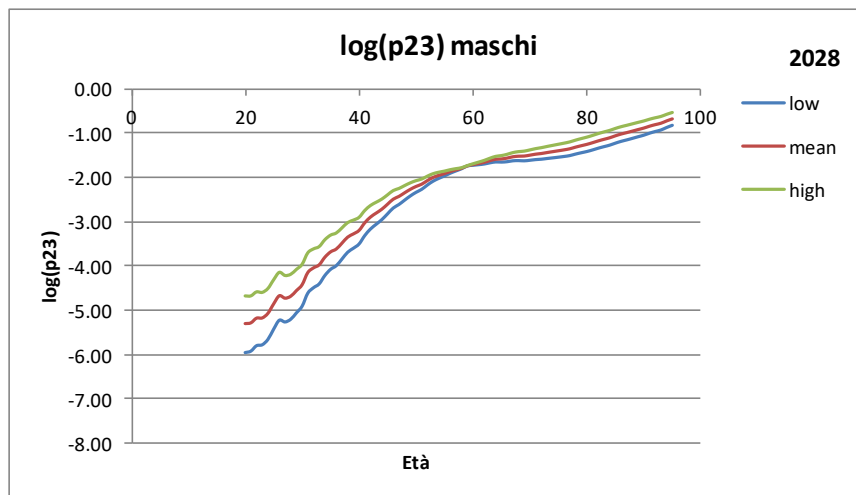
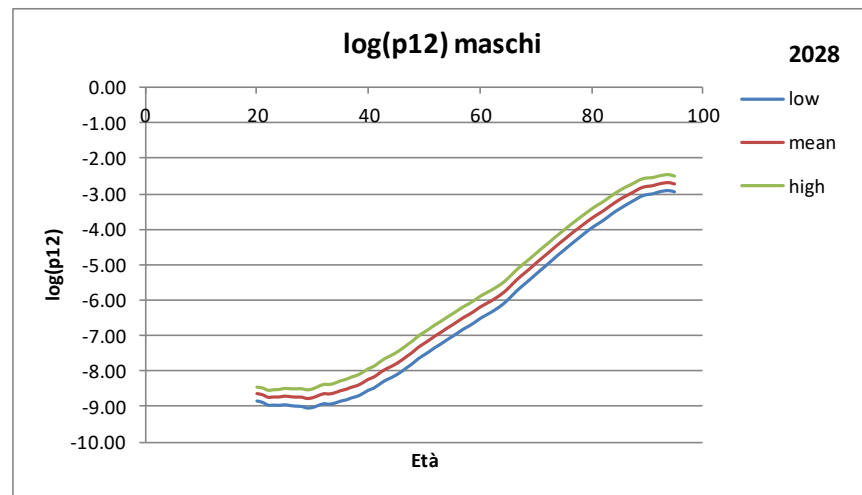
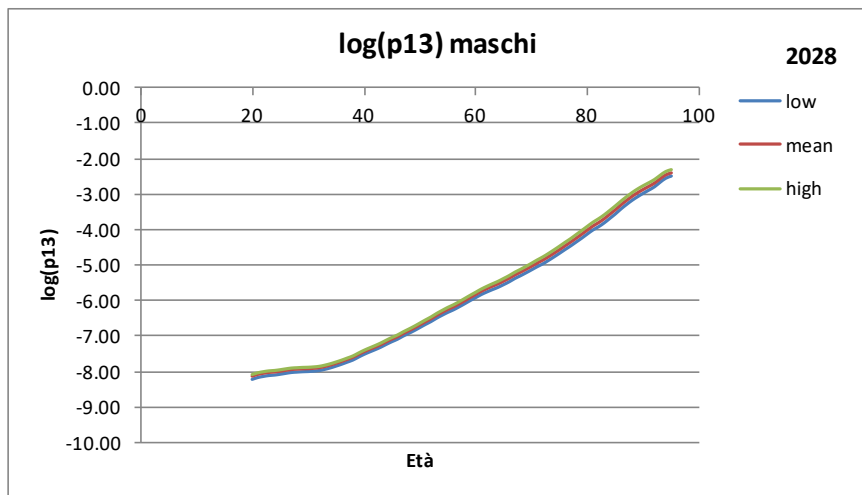
- Il rischio LTC
- La modellizzazione del rischio LTC
- Lo studio ANIA sulle basi tecniche LTC

2023 – Maschi



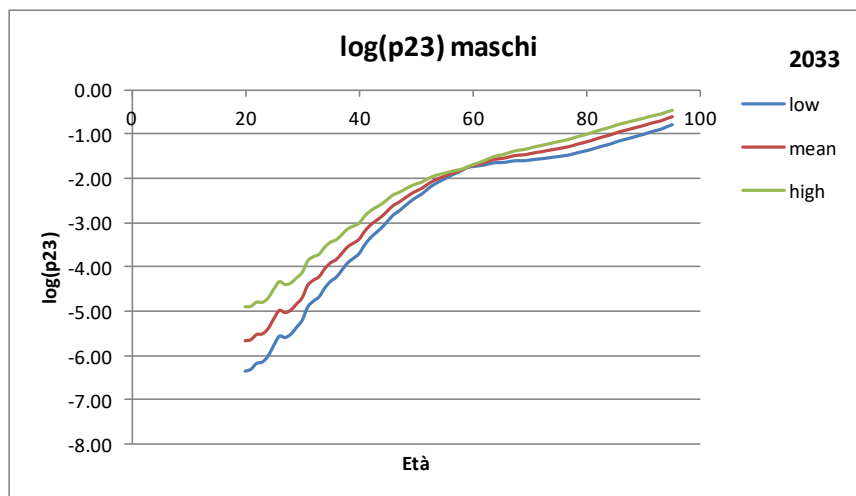
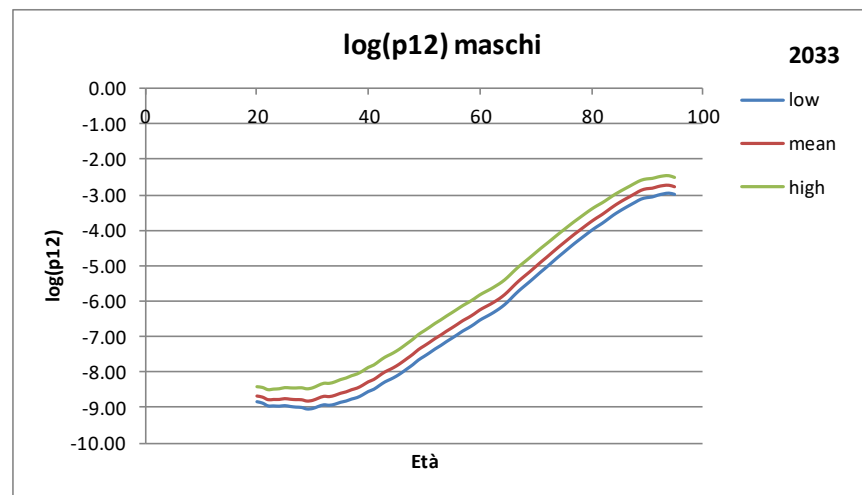
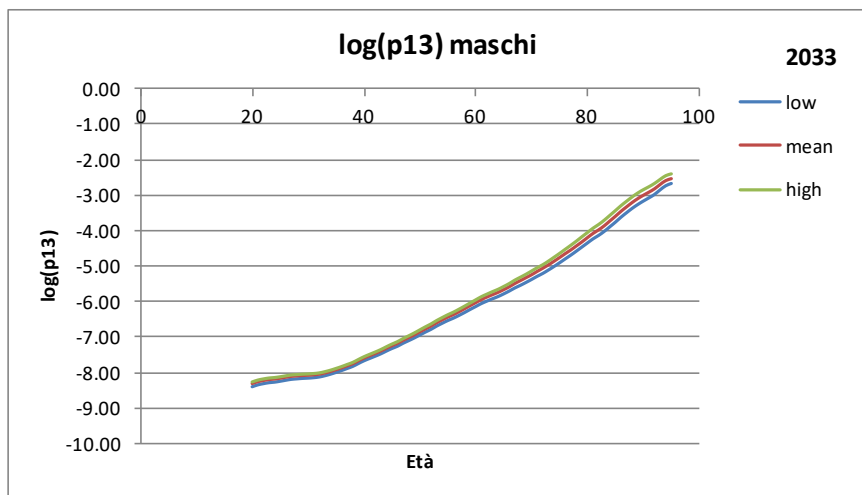
- Il rischio LTC
- La modellizzazione del rischio LTC
- Lo studio ANIA sulle basi tecniche LTC

2028 – Maschi



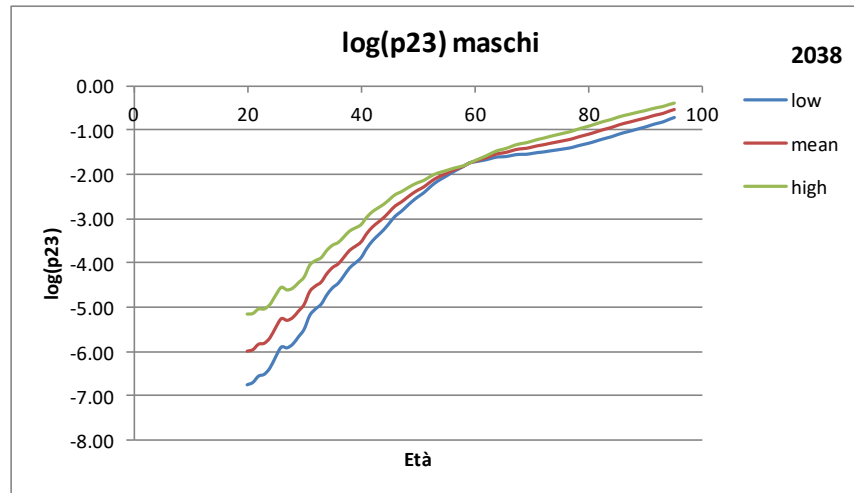
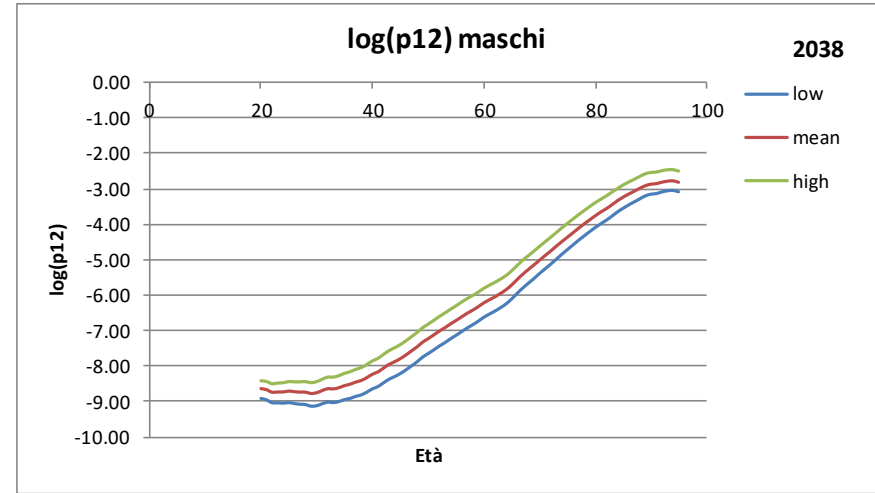
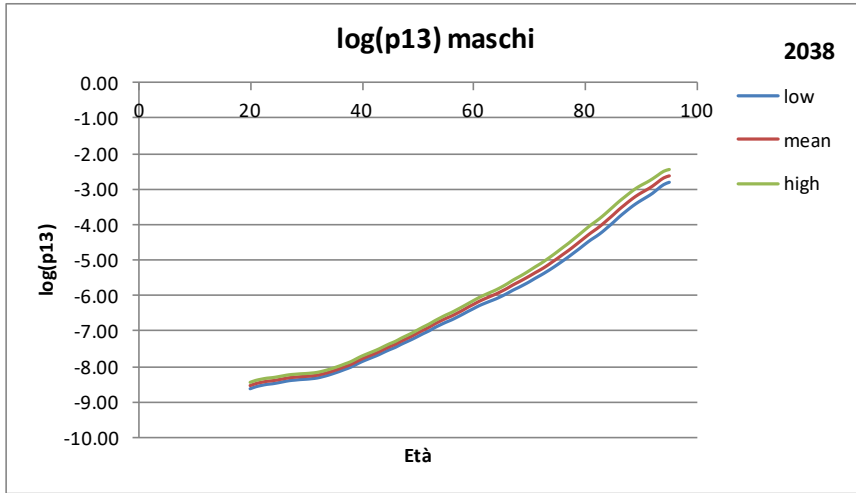
- Il rischio LTC
- La modellizzazione del rischio LTC
- Lo studio ANIA sulle basi tecniche LTC

2033 – Maschi



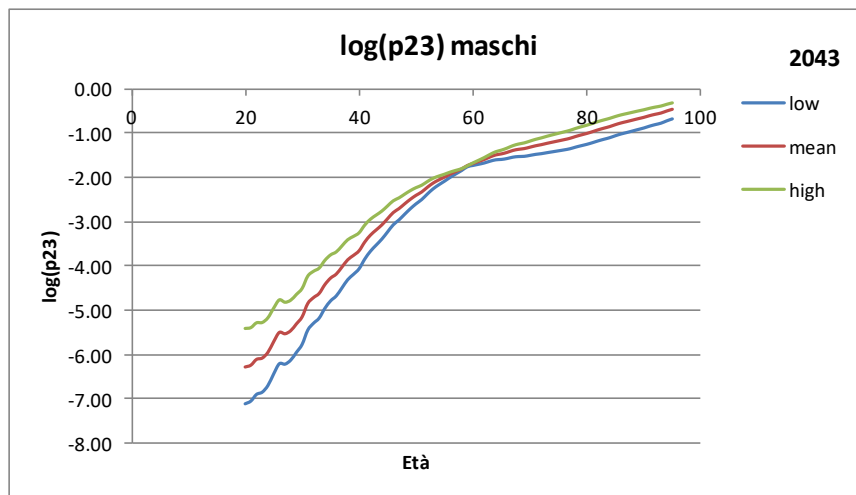
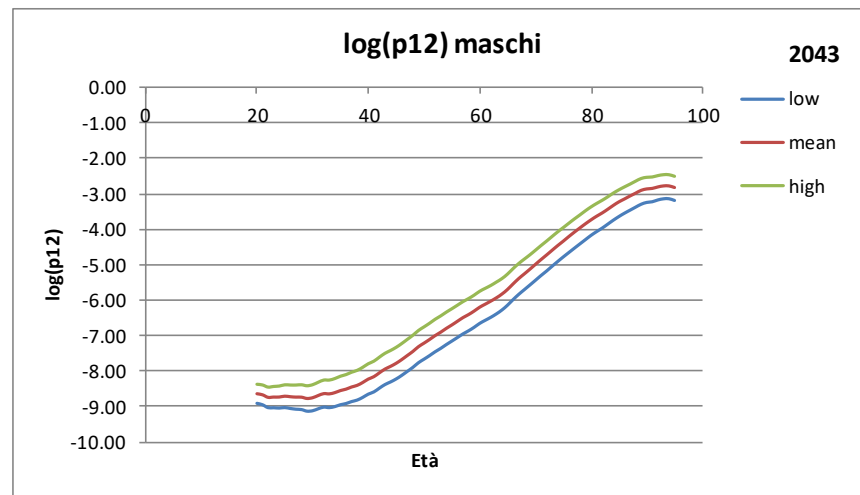
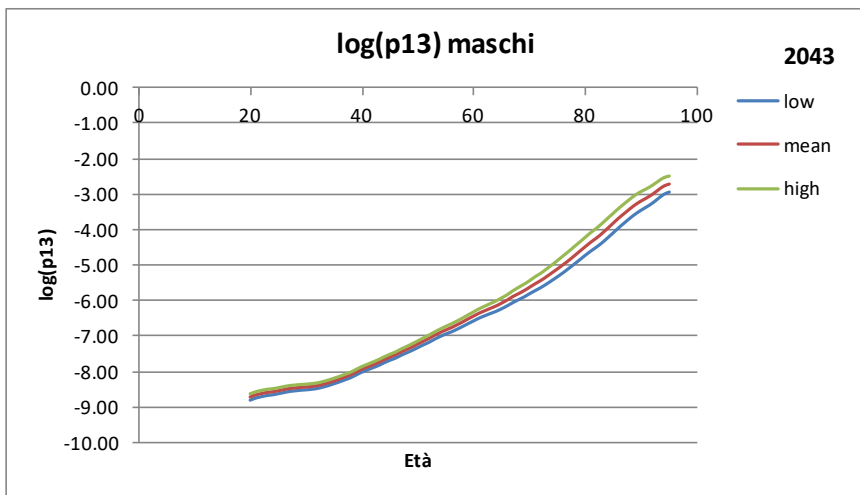
- Il rischio LTC
- La modellizzazione del rischio LTC
- Lo studio ANIA sulle basi tecniche LTC

2038 – Maschi



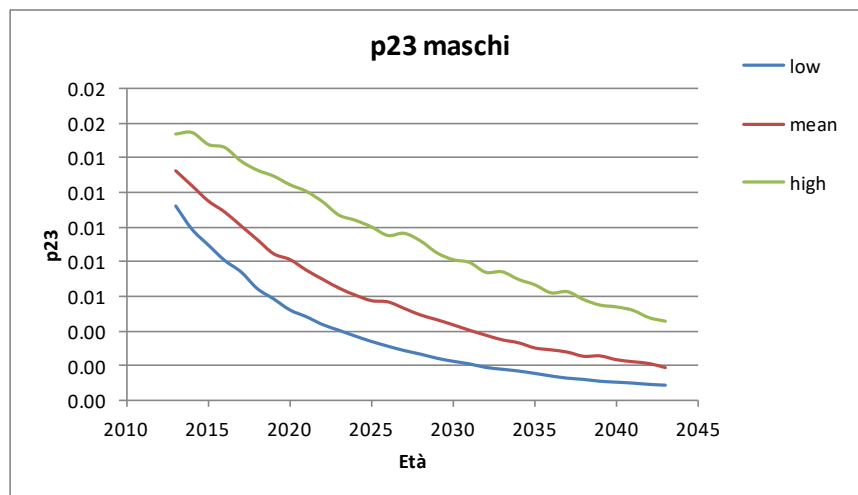
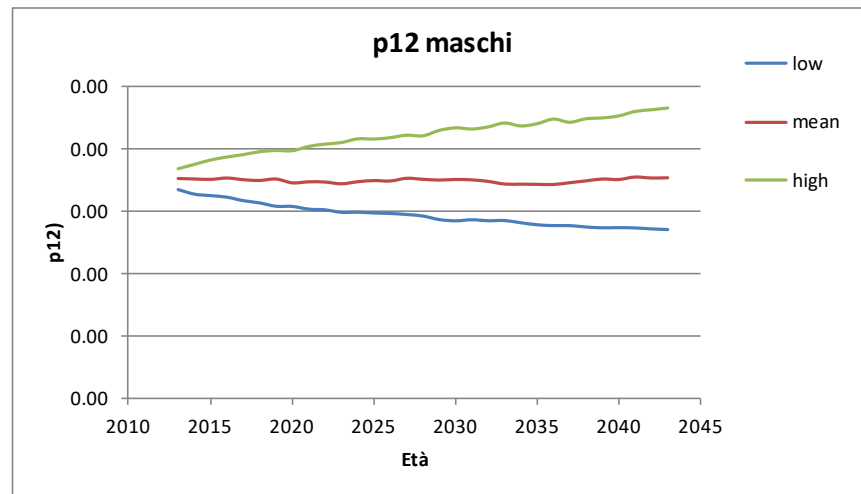
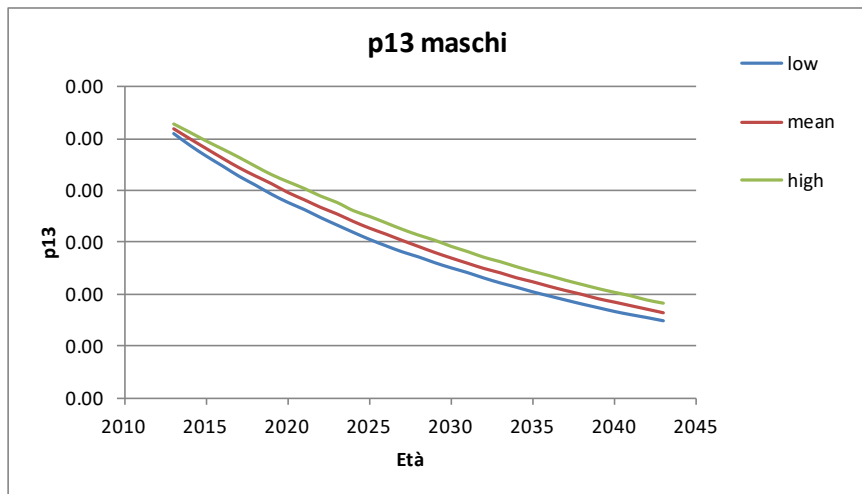
- Il rischio LTC
- La modellizzazione del rischio LTC
- Lo studio ANIA sulle basi tecniche LTC

2043 – Maschi



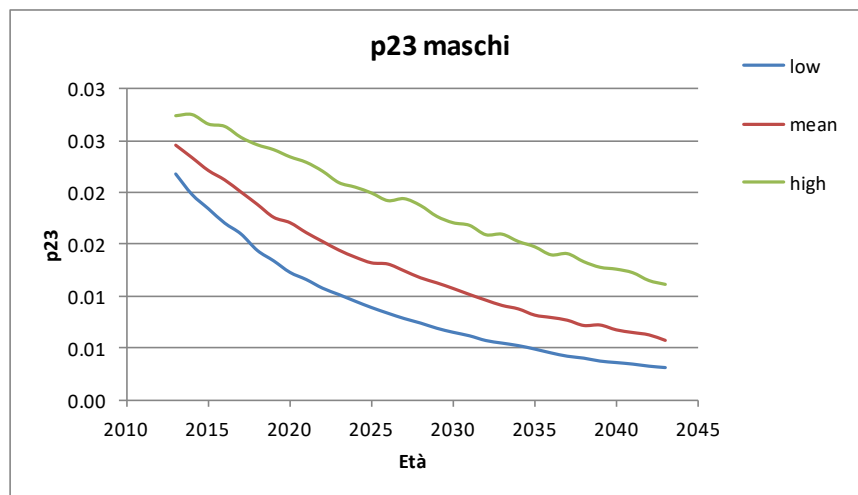
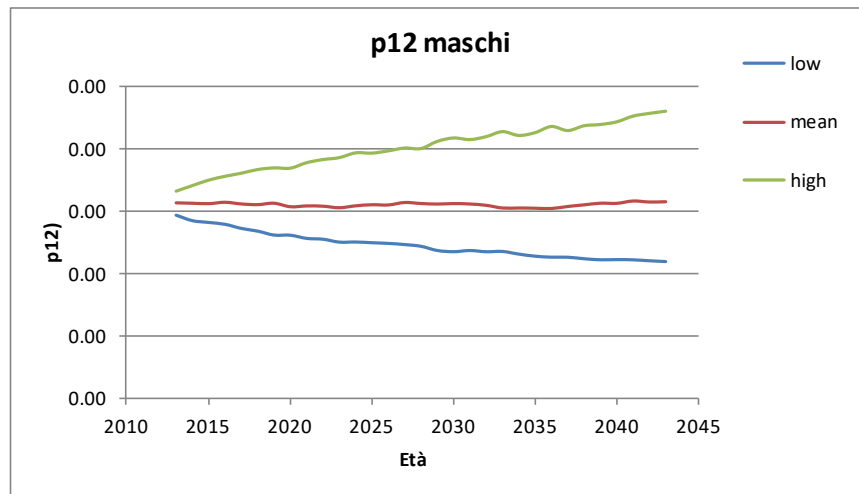
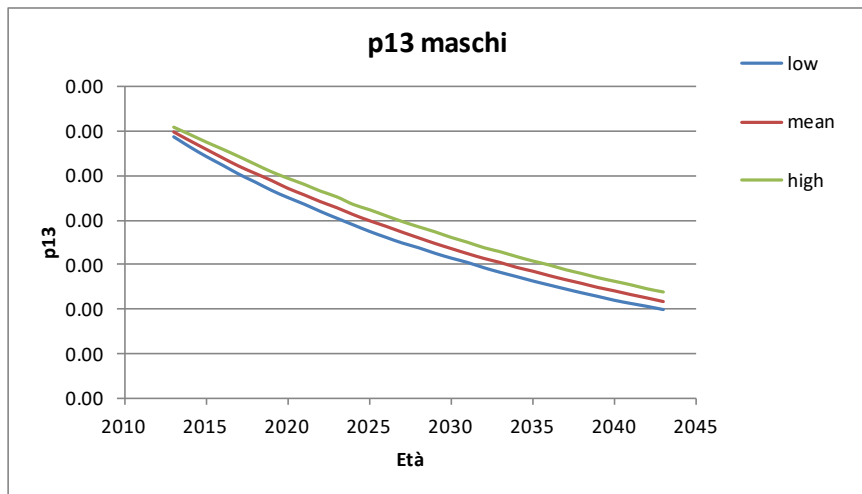
- Il rischio LTC
- La modellizzazione del rischio LTC
- Lo studio ANIA sulle basi tecniche LTC

Età 20 - Maschi



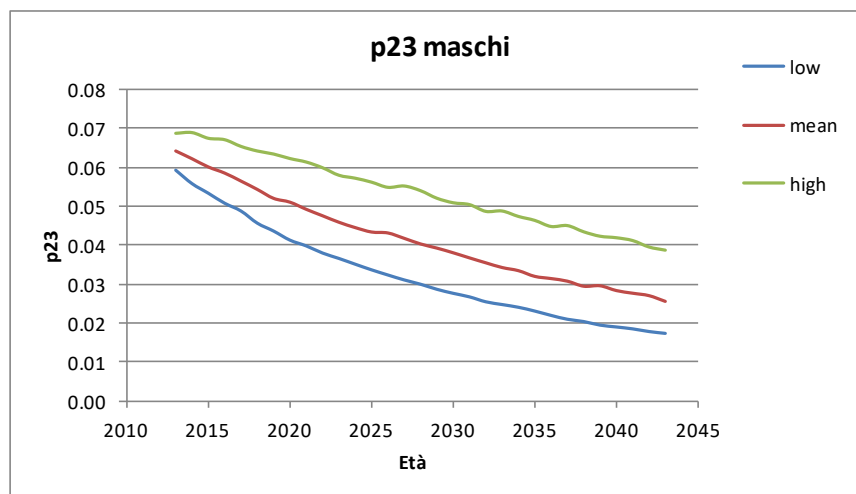
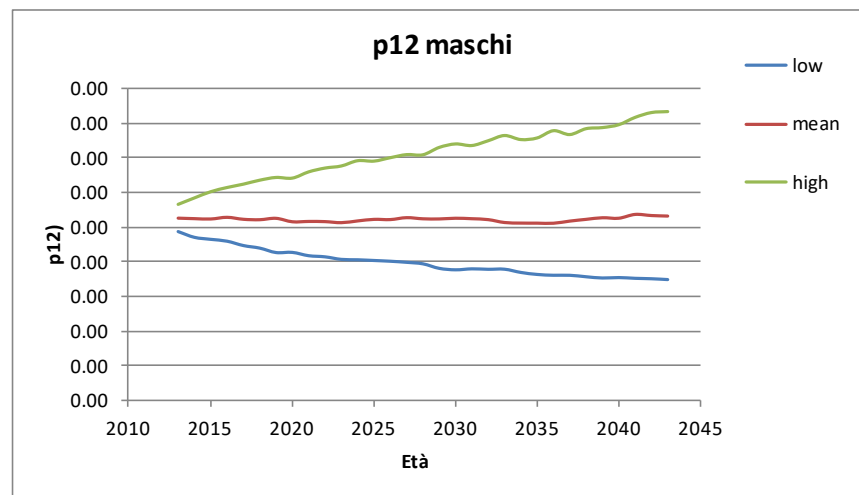
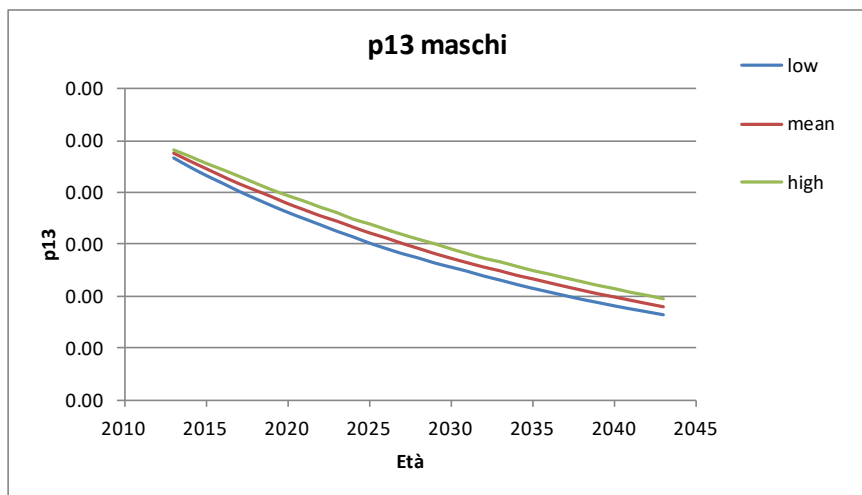
- Il rischio LTC
- La modellizzazione del rischio LTC
- Lo studio ANIA sulle basi tecniche LTC

Età 30 - Maschi



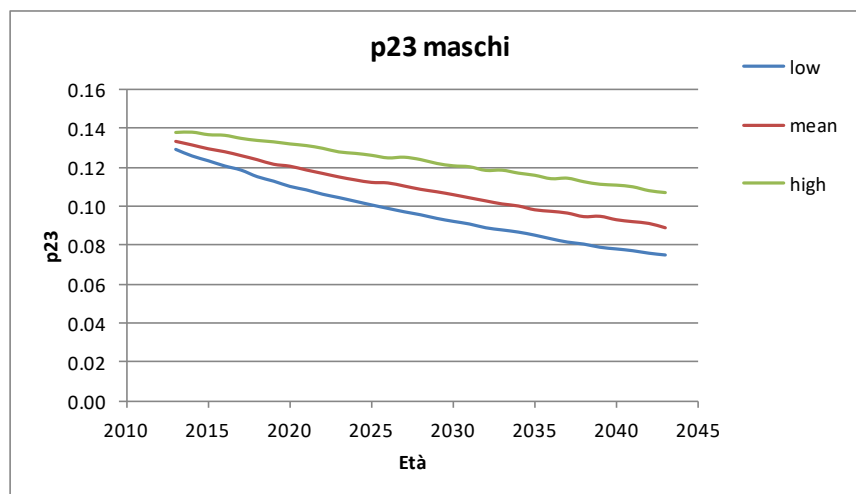
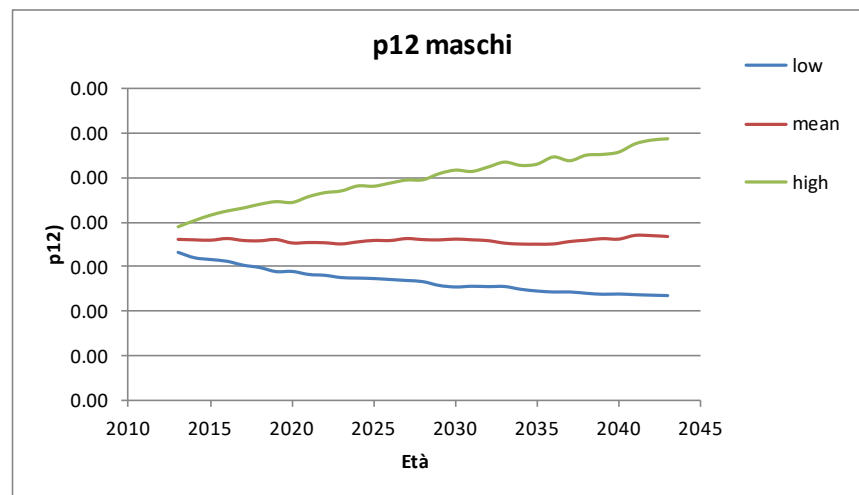
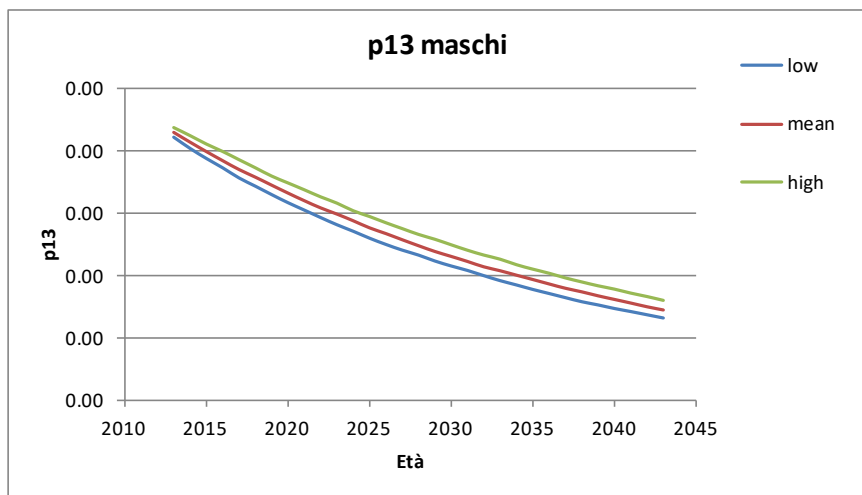
- Il rischio LTC
- La modellizzazione del rischio LTC
- Lo studio ANIA sulle basi tecniche LTC

Età 40 - Maschi



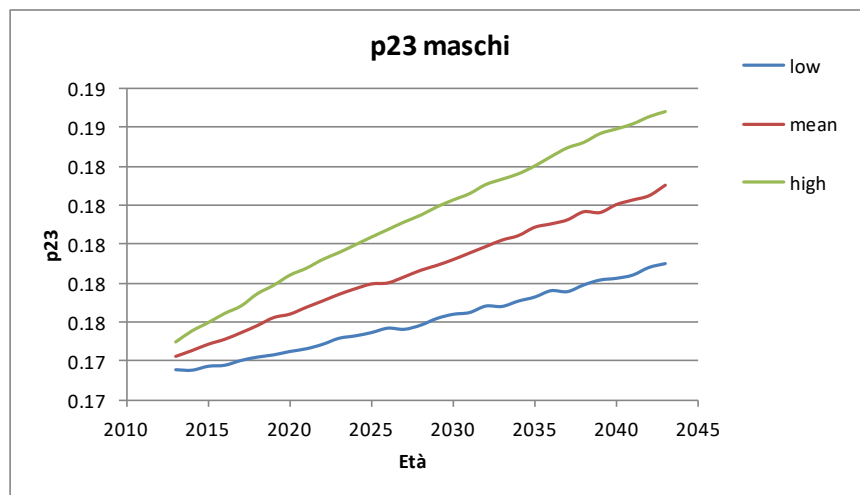
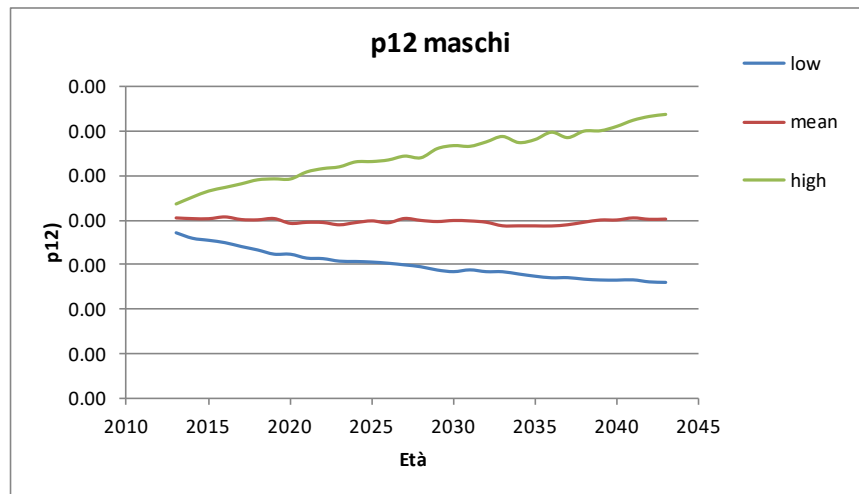
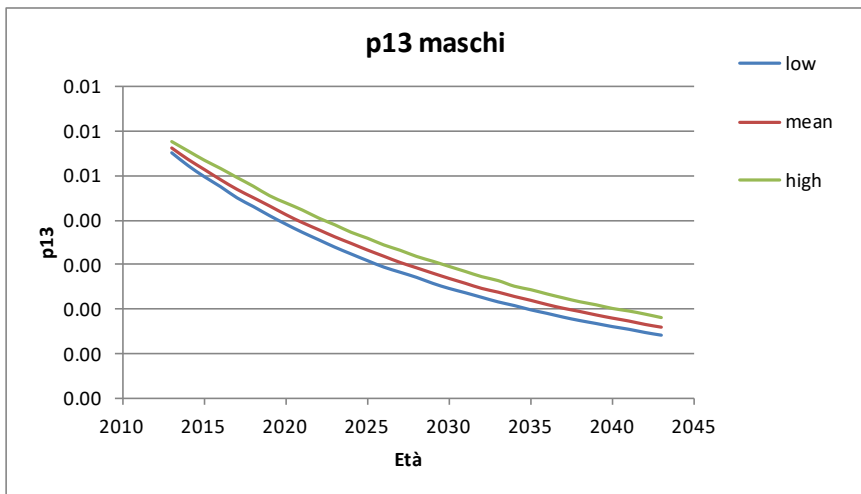
- Il rischio LTC
- La modellizzazione del rischio LTC
- Lo studio ANIA sulle basi tecniche LTC

Età 50 - Maschi



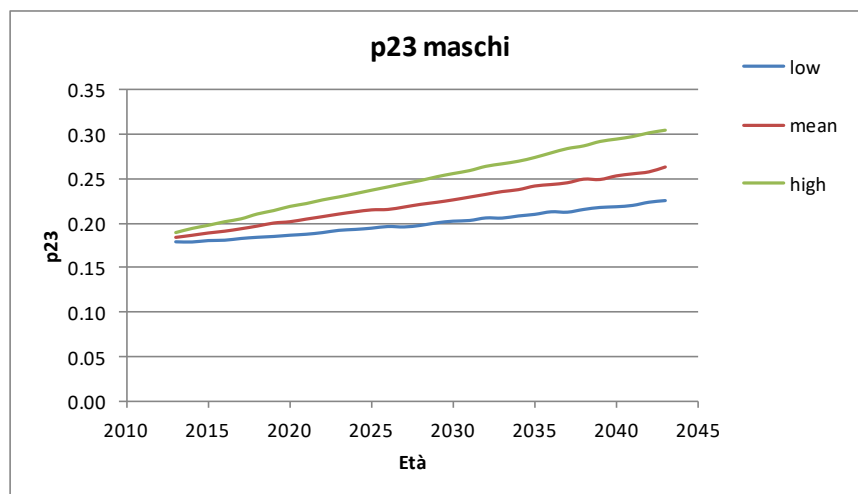
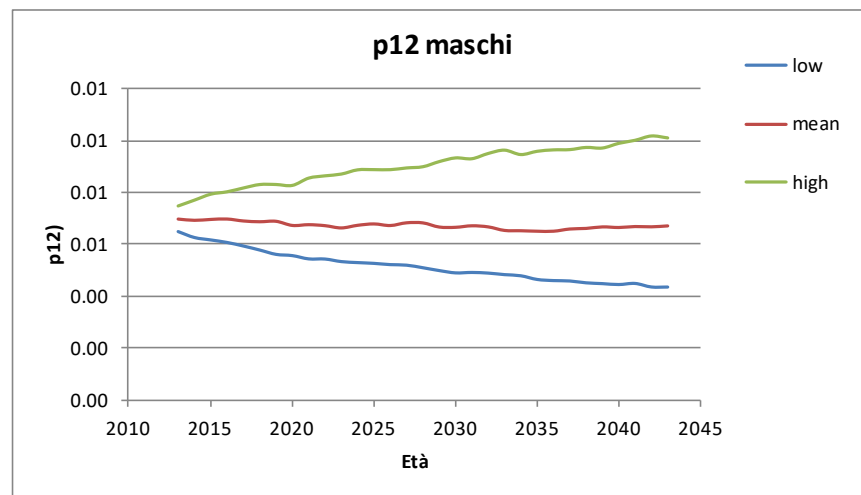
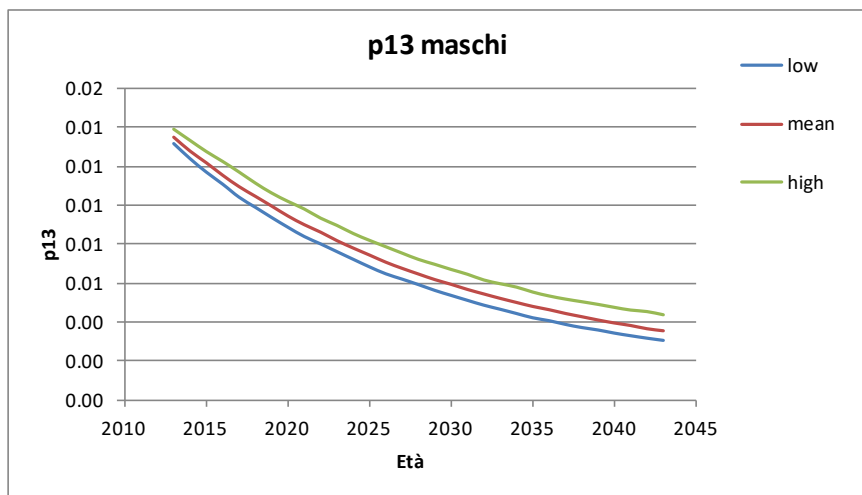
- Il rischio LTC
- La modellizzazione del rischio LTC
- Lo studio ANIA sulle basi tecniche LTC

Età 60 - Maschi



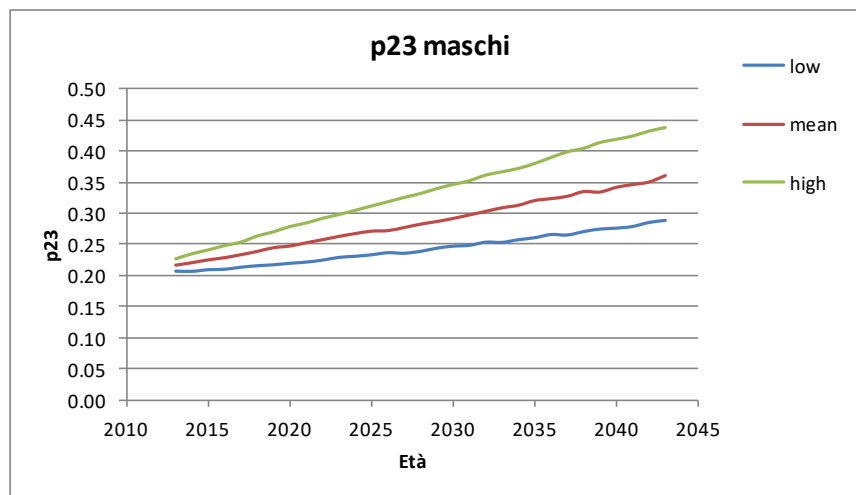
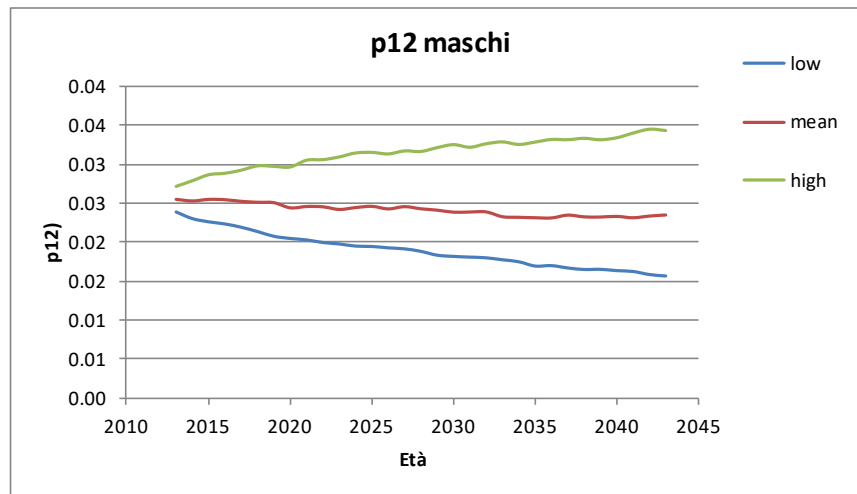
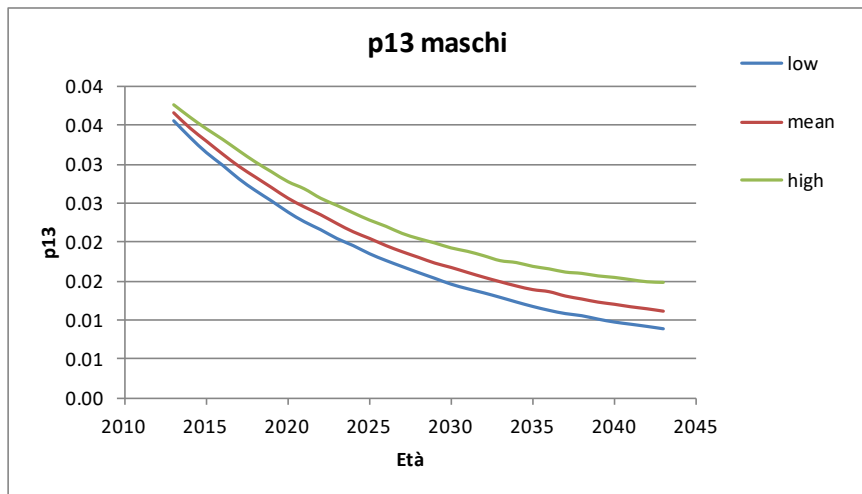
- Il rischio LTC
- La modellizzazione del rischio LTC
- Lo studio ANIA sulle basi tecniche LTC

Età 70 - Maschi



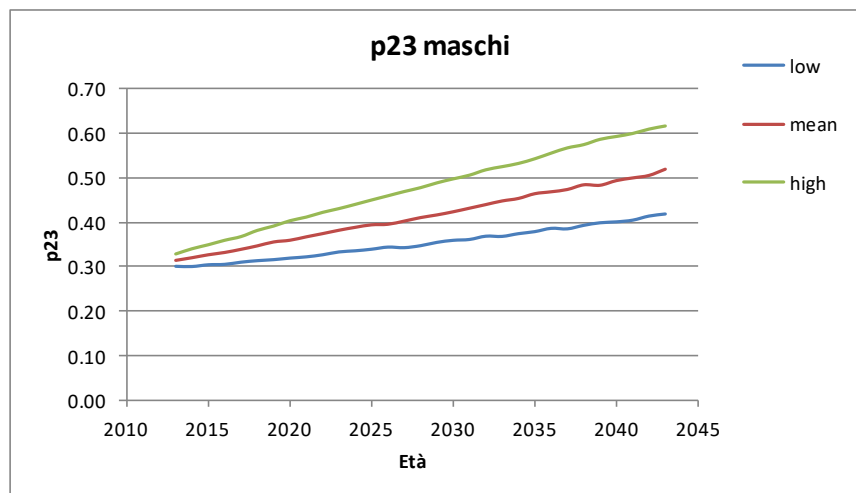
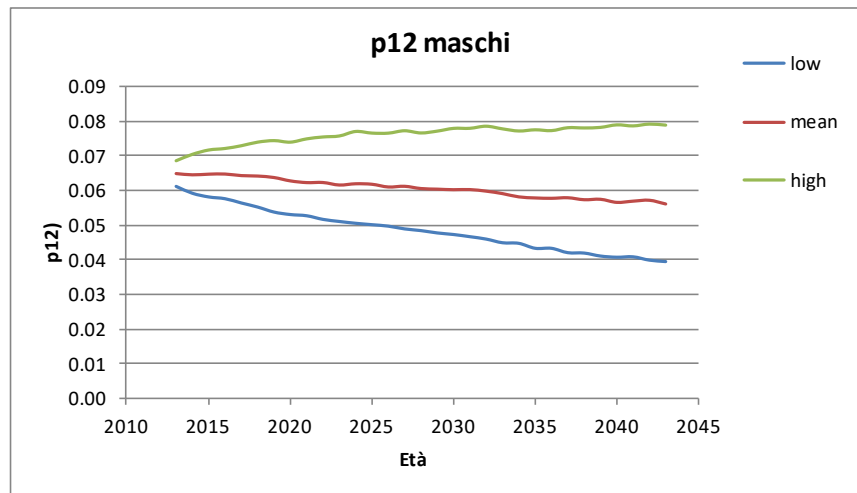
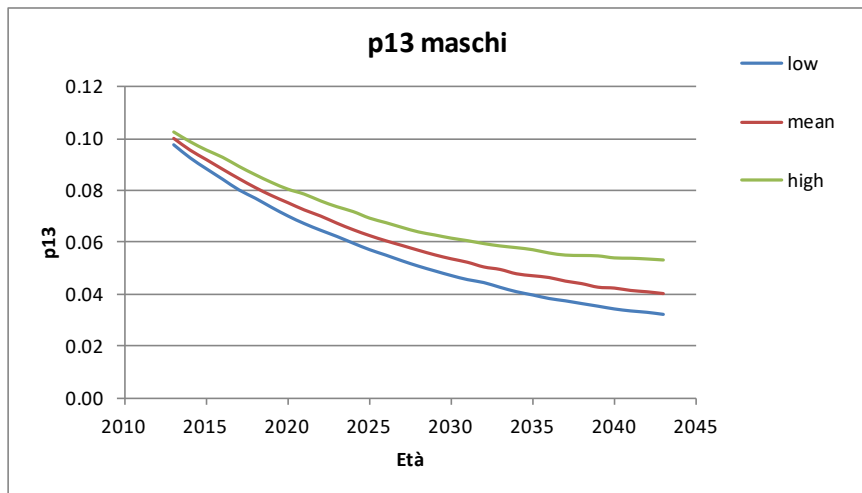
- Il rischio LTC
- La modellizzazione del rischio LTC
- Lo studio ANIA sulle basi tecniche LTC

Età 80 - Maschi



- Il rischio LTC
- La modellizzazione del rischio LTC
- Lo studio ANIA sulle basi tecniche LTC

Età 90 - Maschi



Contatti

Massimiliano Menzietti

Dipartimento di Economia, Statistica e Finanza

«Giovanni Anania» - Università della Calabria

Ponte Pietro Bucci – Cubo 3C

87036 Arcavacata di Rende (Cosenza)

+39 0984/492250 - +39 328/8829068

[*massimiliano.menzietti@unical.it*](mailto:massimiliano.menzietti@unical.it)

[*http://www.unical.it/desf/menzietti/*](http://www.unical.it/desf/menzietti/)