

Una strategia di de-risking: longevity spread buy-in

Marilena Sibillo

**Dipartimento di Scienze Economiche e Statistiche
Università di Salerno**



Milano, 4 Luglio 2019

Focus

Il rischio sistematico di longevità

Obiettivo

**Controllo in portafogli di annualità
pensionistiche**



L'idea

Sviluppare un buy-in sui longevity spread

Motivazioni

- soluzioni index-based per un buon longevity hedging
- marcata esposizione al rischio longevità del mercato delle annualità e dei piani pensionistici



Agenda

- Il rischio di longevità sistematico per portafogli di contratti pensionistici
- Buy-in
- La proposta: descrizione attuariale
- Il controllo del rischio
- I longevity spread
- La strategia: *il longevity spread buy-in*. Evidenze numeriche



Longevity risk

Due osservazioni:

- 1) il fattore longevità è comune a tutti gli individui.
- 2) incrementare il numero di polizze identicamente distribuite aiuta nella diversificazione del solo rischio accidentale



Il longevity risk è un rischio sistematico

Consideriamo un portafoglio di ℓ_x assicurati di età x in $t=0$

$T_1, T_2, \dots, T_{\ell_x}$ v.a. durate ulteriori di vita

$$I_i(0, t) = \begin{cases} 1 & T_i > t \\ 0 & \text{altrimenti} \end{cases}$$

variabile indicatore
della sopravvivenza
della testa i -ma

$$I(0, t) = \frac{1}{\ell_x} \sum_{i=1}^{\ell_x} I_i(0, t)$$

indice di sopravvivenza
dell'intero portafoglio



Fissato un certo scenario demografico $A=\alpha$,
le ulteriori durate di vita degli assicurati
sono considerate mutuamente indipendenti.

Probabilità di vita condizionate ad uno specifico scenario:

$${}_t p_x(\alpha) = P[I_i(0,t) = 1 / A = \alpha]$$

Probabilità di vita non condizionate:

$${}_t p_x = P[I_i(0,t) = 1] = E[{}_t p_x(A)]$$



$$P[I_i(0,t) = 1, I_j(0,t) = 1] = E\left\{[{}_t p_x(A)]^2\right\} \quad i \neq j$$

$$\begin{aligned} \text{Cov}[I_i(0,t), I_j(0,t)] &= \\ &= E\left[E(I_i(0,t), I_j(0,t) / A)\right] - E\left[E(I_i(0,t) / A)\right]E\left[E(I_j(0,t) / A)\right] = \\ &= E\left[({}_t p_x(A))^2\right] - \left\{E[{}_t p_x(A)]\right\}^2 = \text{Var}\left\{[{}_t p_x(A)]\right\} \end{aligned}$$



dipendenza non negativa fra le variabili

Il grado di ignoranza sull'evoluzione futura della sopravvivenza conduce alla dipendenza fra gli indicatori.

Più è incerta ${}_t p_x(A)$, cioè più grande è la sua varianza, più gli indicatori sono correlati fra loro.

Se ${}_t p_x(A)$ assume il valore deterministico ${}_t p_x(\alpha)$, cioè il suo valore è conosciuto con certezza, la covarianza fra i due indicatori è nulla ed essi sono indipendenti (caso bernoulliano).

E' questo il caso "tradizionale" dell'assunzione di indipendenza fra i due indicatori.



Splittando la varianza di $I(0,t)$:

$$\begin{aligned} \text{Var}[I(0,t)] &= \text{Var}\left[\frac{1}{l_x} \sum_{i=1}^{l_x} I_i(0,t)\right] = \text{Var}[E(I(0,t)/A)] + E[\text{Var}(I(0,t)/A)] = \\ &= \text{Var}\left[\frac{l_x}{l_x} {}_t p_x(A)\right] + E\left[\frac{l_x}{(l_x)^2} {}_t p_x(A)(1 - {}_t p_x(A))\right] = \text{Var}[_t p_x(A)] + \frac{1}{l_x} E[_t p_x(A)(1 - {}_t p_x(A))] \end{aligned}$$

Parte non diversificabile,
connessa all'incertezza sulle probabilità:
Rischio sistematico

Parte diversificabile
dipendente dalla
dimensione del pf:
Rischio accidentale



$$\begin{aligned}
 P[I_j(0,t) = 1 / I_i(0,t) = 1] &= \frac{P[I_i(0,t) = 1, I_j(0,t) = 1]}{P[I_i(0,t) = 1]} = \frac{E[I_i(0,t)I_j(0,t)]}{E[I_i(0,t)]} = \\
 &= \frac{E[I_i(0,t)]E[I_j(0,t)] + \text{cov}[I_i(0,t), I_j(0,t)]}{E[I_i(0,t)]} = E[I_j(0,t)] + \frac{\text{cov}[I_i(0,t), I_j(0,t)]}{E[I_i(0,t)]} = \\
 &= P[I_j(0,t) = 1] + \frac{\text{cov}[I_i(0,t), I_j(0,t)]}{E[I_i(0,t)]} \geq P[I_j(0,t) = 1]
 \end{aligned}$$

Sapere che l'assicurato i sopravvive incrementa la probabilità che l'assicurato j sopravviva.

E questo incremento sarà tanto più marcato quanto più marcata sarà l'incertezza su ${}_t p_x(j)$



Deduzione

Sebbene l'aumento del numero di polizze distribuite in modo identico possa contribuire a coprire la parte diversificabile del rischio, l'assicuratore rimane esposto, nei casi di portafogli di annualità pensionistiche per un periodo di tempo molto ampio, ad una parte sistematica che richiede tecniche di copertura alternative.



Longevity risk

1) Hedging interno → business lines come assets

2) Hedging esterno → trasferimento del rischio

Hedging esterno

Strumenti del tipo “longevity hedge” trasferiscono il solo

- rischio di longevità

Strumenti come buy-in e buy-out possono trasferire anche

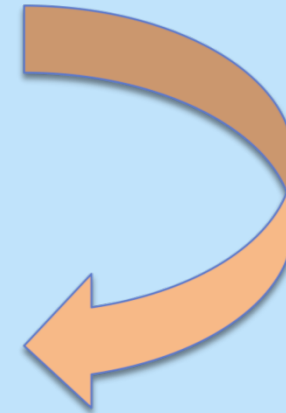
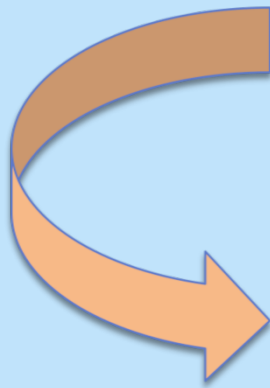
- rischio d’investimento
- rischio di tasso
- rischio d’inflazione
- anche in alcuni casi il rischio operativo



Turbolenze dei
mercati finanziari

Crisi
economica

Tendenza al rialzo
della longevità



de-risking fra i principali obiettivi
delle compagnie di assicurazioni
per i prossimi anni

Il Regno Unito è all'avanguardia nella riduzione del
rischio pensionistico, in particolare con tecniche di
buy-in e buy-out

Pension buy-out



Trasferimento di attività e le passività di un piano, tutte o in parte, a terzi: esse sono eliminate dal piano, al contrario del buy-in. Tutti i membri del piano sono coperti in caso di insolvenza dell'assicuratore

Pension buy-in



Strategia di copertura di tutte o parte delle passività di un piano, che restano attività al servizio del piano. Il rischio di controparte resta in capo agli acquirenti della polizza

Perchè il buy-in

- Economicamente più accessibile rispetto al buy-out
- Fra buy-in e buy-out, il primo è la strategia più diffusa, poiché il costo del piano pensionistico di de-risking è spesso inferiore al costo futuro atteso di non fare nulla
- Consente il controllo dei rischi lasciando le passività nel piano pensionistico
- Se la vita umana si rivela più lunga del previsto, ciò implica un rischio finanziario significativo da gestire e la strategia di buy-in consente di trasferire questo rischio agli assicuratori o riassicuratori, dando origine a un'attività per l'ente pensionistico.



Una delle principali sfide delle strategie di buy-in è il loro utilizzo nelle rendite pensionistiche.

- Ci occupiamo di piani a contribuzione definita (DC plans)
- In un programma pensionistico, il reddito principale è costituito dai contributi versati dai futuri pensionati durante il periodo di risparmio (o di accumulazione o di lavoro) e dai rendimenti degli investimenti



- Se i contributi sono sottostimati rispetto all'ammontare degli impegni, si sviluppa una condizione di sottofinanziamento.
- La strategia di buy-in proposta fornisce una copertura del rischio di longevità, che ha un forte impatto nel caso di un lungo orizzonte temporale.

Descrizione attuariale

Consideriamo un piano individuale pensionistico a contribuzione definita e a portafoglio chiuso. Non consideriamo le spese. Prospettiva “forward”.

B_t prestazione previdenziale versata all'assicurato (pensionato) all'inizio di ogni anno di vita, con $t=T, T+1, \dots$ e T il punto di partenza del pensionamento.

C_t prestazione dell'assicurato (pensionato) durante il periodo di risparmio, $t=0, 1, 2, \dots, T-1$, allo scopo di finanziare le prestazioni dovute durante il periodo di pensionamento.



Descrizione attuariale

Alla stipulazione del contratto ($t=0$):

$$\text{Contributions}_{t=0}(0, T) = \text{Benefits}_{t=0}(T, \infty)$$

Al tempo generico t , se $0 < t < T$:

$$\text{Benefits}_t(T, \infty) - \text{Contributions}_t(t, T) = F_t$$

se $t \geq T$:

$$\text{Benefits}_t(t, \infty) = F_t$$



Descrizione attuariale

Consistenza del fondo in t durante il periodo lavorativo, subito dopo il pagamento di C_t :

$$F_t = F_{t-1}[1 + \delta(t-1, t)] + C_t \quad t < T$$

Consistenza del fondo in t durante il periodo di pensionamento, subito dopo il pagamento di B_t :

$$F_t = F_{t-1}[1 + \delta(t-1, t)] - B_t \quad t \geq T$$



Descrizione attuariale

$$C = \frac{B}{\ddot{a}_{x,T}^{(0)}} T / \ddot{a}_x^{(0)}$$

I problemi di gestione dei rischi derivano dalla lunghezza aleatoria dell'orizzonte temporale dei pagamenti, che implica anche l'aleatorietà del numero dei pagamenti periodo per periodo



Descrizione attuariale

La gestione del rischio riguarda:

- il controllo dei tassi di interesse
- la previsione delle probabilità di sopravvivenza

sia durante il periodo di lavoro che durante il periodo di pensionamento

La lunga durata del contratto implica la necessità di un'attenta attività di gestione del rischio, tenendo che entrambi i risk driver hanno natura stocastica



**Prospettiva di longevity risk management
nel contesto di portafogli di annualità pensionistiche**



Strategia del longevity spread buy-in



Le fasi di attuazione

- Scelta del modello di sopravvivenza da usare per le valutazioni attuariali (in $t=0$)



Rischio di modello

- Individuazione dello scenario demografico “pericoloso” rappresentato da un modello di sopravvivenza
- Individuazione dell’intervallo in cui l’impatto del rischio di modello è più forte

L'ipotesi di mortalità che il pension provider sceglie per il calcolo attuariale è il risultato di una scelta tra diversi scenari di longevità, nel senso che modellerà l'andamento della mortalità sulla base del comportamento di longevità che ritiene più adatto.

La natura casuale del fenomeno della longevità implica l'incertezza in questa scelta, il che significa che gli scenari peggiori possono essere, seppure con bassa probabilità, possibili.



I principali risk drivers in portafogli di annualità pensionistiche

Rischio finanziario → sistematico

↗ accidentale, diversificabile

Rischio demografico

↘ longevity risk, sistematico, non diversificabile



Rischio di modello

Due principali fonti di rischio

$$\text{Var}_t[K_t(c)] = \text{Var}_t[E(K_t(c) / A)] + E[\text{Var}_t(K_t(c) / A)]$$

Misura del rischio di modello

Misura del rischio finanziario

$K_t(c)$ quantità finanziaria di interesse, dipendente da entrambe le fonti di rischio



Rischio di modello

$$\begin{aligned} \text{Var}_t \left[E \left(K_t(c) / A \right) \right] &= \text{Var}_t \left[E \left(\sum_{i=1}^c K_t(i) / A \right) \right] = \\ &= c^2 \text{Var}_t^A \sum_{h=1}^{\omega-t-1-x} {}_h p_{x+t} v(t, t+h) \end{aligned}$$

Misura del rischio dovuto all'incertezza nella scelta del modello di sopravvivenza



Le evidenze empiriche mostrano l'esistenza di precisi intervalli di età in cui l'impatto del rischio del modello di longevità è più forte.

Tali intervalli critici interessano le età del percepimento delle rate.



Strategia di buy-in durante la fase di pensionamento,
riferita a questi intervalli di età

Rischio da coprire: **numero di sopravvissuti superiore a quello previsto**

Modello di sopravvivenza che il provider adotta: P
Modello di sopravvivenza "pericoloso": hP

Variabile di interesse
**spread tra i sopravvissuti nelle due ipotesi
nell'intervallo di maggiore impatto**



ρ_j

definita al momento dell'emissione $t=0$

probabilità che il modello hP possa essere al tempo j il modello che si avvera, contrariamente a quanto previsto al momento 0

grado di affidabilità

che il provider attribuisce all'evento:

il "modello pericoloso" si avvera in $t=j, t>T$



isolamento dell'intervallo o degli intervalli di maggiore instabilità

Il longevity spread

$$N_j^{hP}$$

Numero di sopravvivenenti al tempo j secondo il modello che stressa l'incremento delle probabilità di sopravvivenza (high Projected model)

$$N_j^P$$

Numero di sopravvivenenti al tempo j secondo il modello adottato dal provider (Projected model) per le valutazioni attuariali

$$\hat{S}_j = \max \left[N_j^{hP} - N_j^P, 0 \right]$$



Il valore atteso del buy-in in $t=0$ è:

$$V_0^{Bi} = \sum_j \hat{S}_j \rho_j Bv'(0, j)$$

$v'(0, j)$ è il fattore di sconto definito in base ad un contesto riassicurativo e j si estende agli intervalli di interesse



Evidenze numeriche

Longevity spread buy-in strategy: steps

1. Scegliere in $t=0$ i modelli demografici P e hP
2. Proiettare in $t=0$ entrambi i modelli P e hP
3. Individuare l'intervallo di età sul quale maggiormente impatta il rischio di modello
4. Calcolare gli spread di longevità
5. Procedere con la valutazione attuariale del cash flow realizzato dagli spread per determinare il valore del buy-in



Il portafoglio

$c=1000$ piani pensionistici omogenei

Maschi US, $x=25$ età all'ingresso nel 2016

Pagamenti mensili anticipati durante il differimento ($0 \leq t < 40$)

Benefit mensile medio ricevuto $B=100/12$ durante il periodo di pensionamento ($t \geq 40, x+t \geq 65$) a partire dal 2056.



a) Comparazione fra diversi modelli per la sopravvivenza ($x=25$)

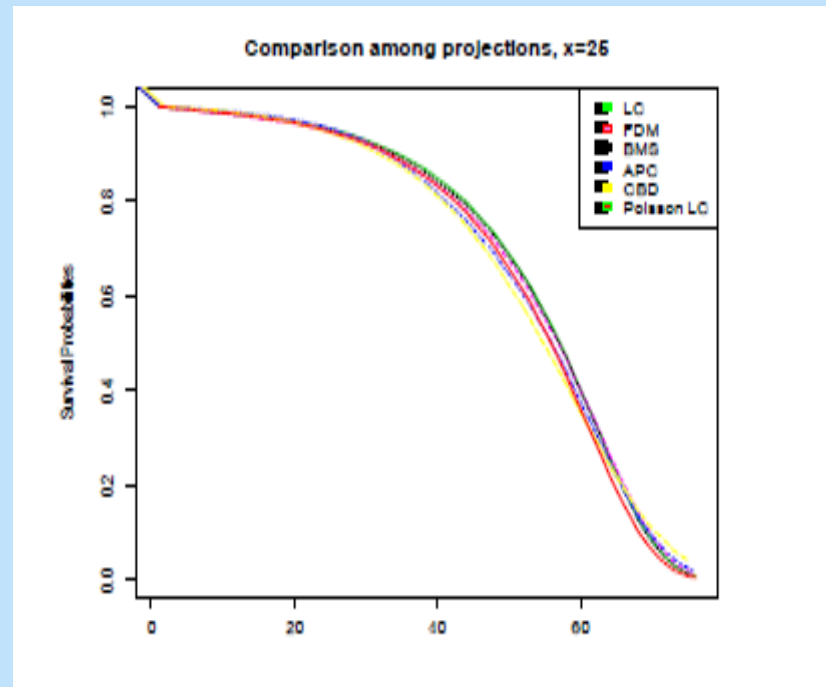
Abbiamo considerato i seguenti modelli:

- Lee Carter (LC) nella sua versione tradizionale
- Booth-Maindonald and Smith (BMS)
- Functional Demographic Model-FDM
- Age-Period Cohort model - APC
- Cairns, Blake and Dowd model - CBD
- Poisson Lee Carter Model - Poisson LC

I dati si riferiscono al database US Male population (età 0:100, 1955-2015) da Human Mortality Database.



Analisi preliminare della sopravvivenza fra diversi modelli stocastici $x=25$ nel 2016



Sulla base delle descrizioni,
considerando la prospettiva a lungo
termine e l'approccio prudenziale
nella scelta della base tecnica
demografica di primo ordine,
l'assicuratore sceglie il modello
Poisson Lee Carter (P)



a) Comparazione fra diversi modelli per la sopravvivenza ($x=65$)

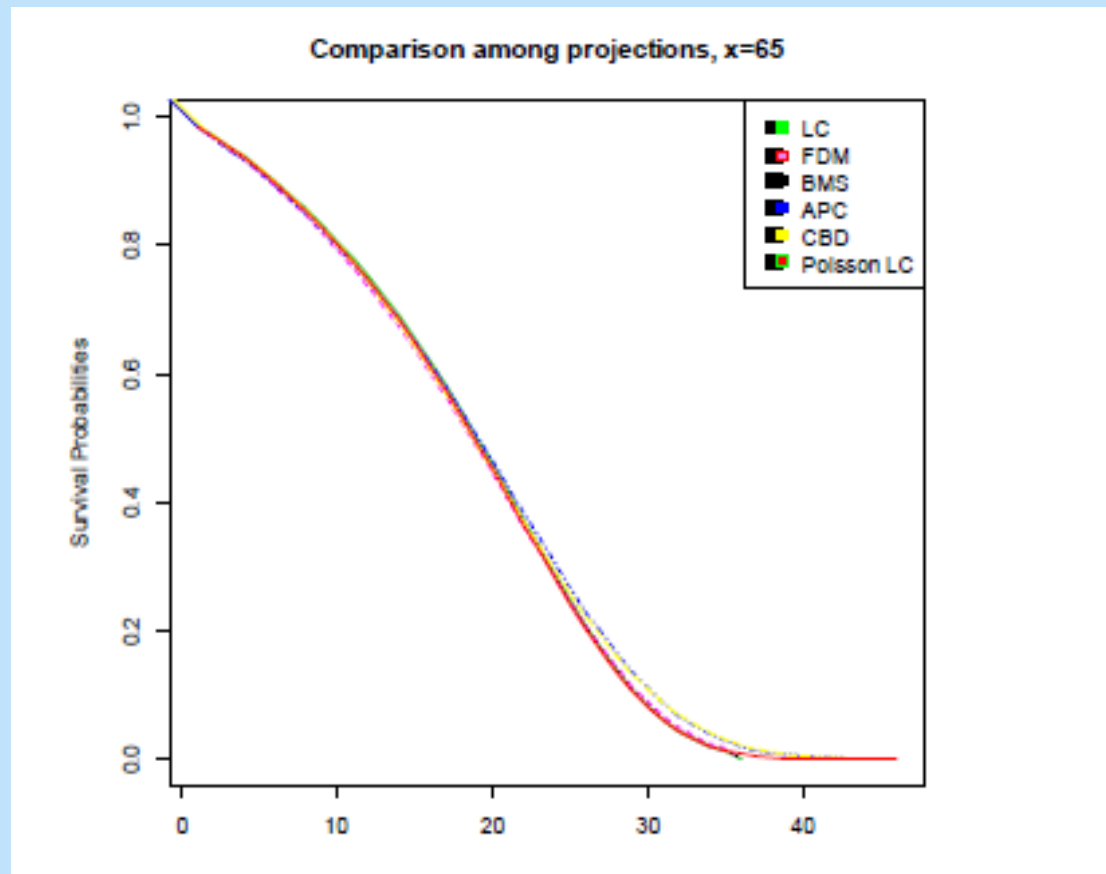
Abbiamo considerato ancora i modelli:

- Lee Carter (LC) nella sua versione tradizionale
- Booth-Maindonald and Smith (BMS)
- Functional Demographic Model-FDM
- Age- Period Cohort model - APC
- Cairns, Blake and Dowd model - CBD
- Poisson Lee Carter Model - Poisson LC

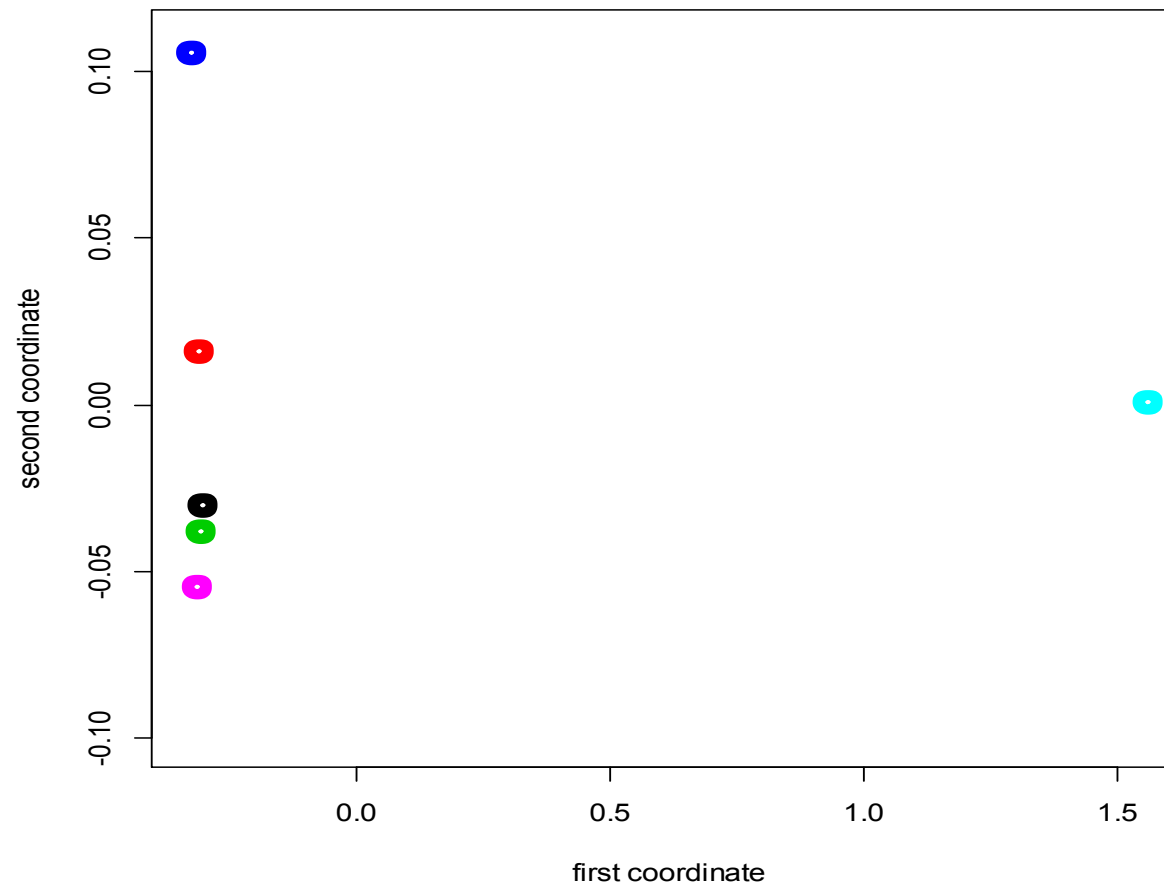
I dati si riferiscono al database US Male population (età 0:100, 1955-2015) da Human Mortality Database.



Analisi preliminare della sopravvivenza fra diversi modelli stocastici $x=65$ nel 2056



Longevity spread buy-in - Il longevity spread buy-in: evidenze numeriche

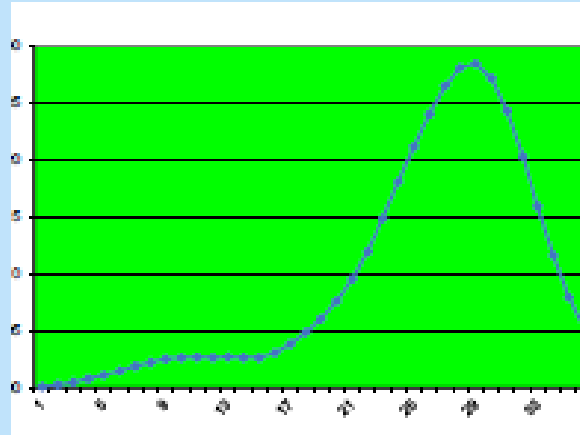


Multidimensional Scaling fra i modelli di sopravvivenza, $x=65$. mxtCBD modello CBD



Per quanto riguarda la strategia di buy-in, l'assicuratore assume che il modello più pericoloso sia il CBD (hP).



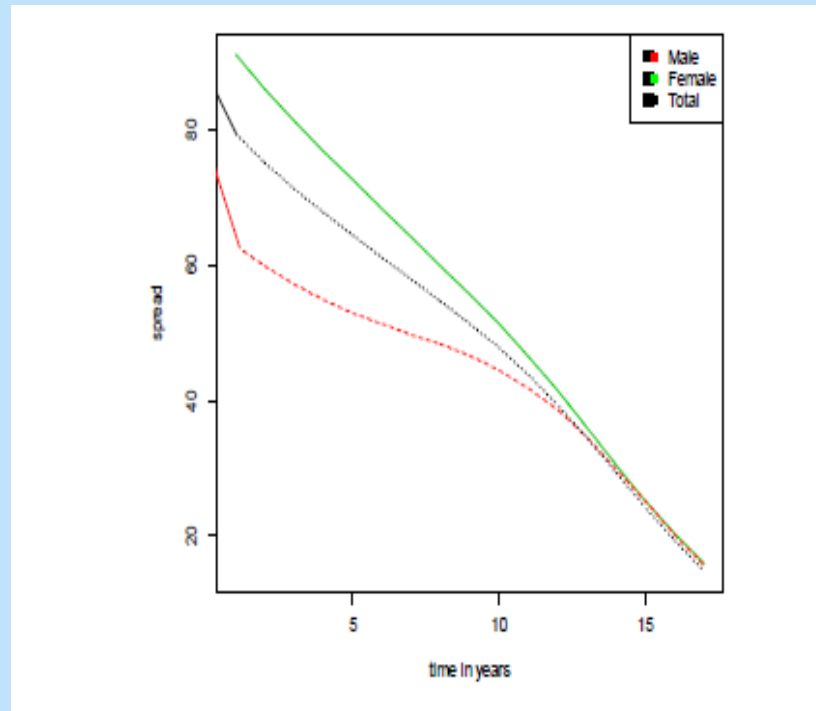


Impatto del rischio di modello sul fondo di portafoglio

L'andamento evidenzia l'impatto dello scenario pericoloso.

Si riferisce ai sopravvissuti di 65 anni appartenenti alla coorte iniziale di 1000 assicurati di 25 anni. L'intervallo di età 85-100 emerge come il più rischioso.

Sulla base di queste evidenze, concentreremo la strategia di longevity spread buy-in su questo particolare intervallo di età.



Confronto fra gli spread dei sopravvissuti, intervallo di età 85-100

Distribuzione degli spread di longevità tra i sopravvissuti secondo Poisson LC e CBD nell'intervallo di età 85-100

Descrizione dello scenario finanziario

generalizzazione multifattoriale

Modello CIR a due fattori

$$r = Y_1 + Y_2$$

entrambi generati da processi diffusivi
square root



Il processo per il tasso d'interesse

$$r = \sum_{i=1}^k Y_i$$

l'interesse istantaneo nominale è somma di k variabili di stato indipendenti

$$dY_i(t) = k_i(\vartheta_i - Y_i(t))dt + \sigma_i\sqrt{Y_i(t)}dW_i(t) \quad i = 1,2$$

$W_1(t)$ e $W_2(t)$ processi di Wiener

k_1 e k_2 velocità di mean reversion dello short rate per ciascun processo

ϑ_1 e ϑ_2 le medie di lungo termine risk neutral

σ_1 e σ_2 le volatilità



Il processo per il tasso d'interesse

American Treasury Bonds

2 Gennaio 1990 - 15 Maggio 2016

Titoli con maturity trimestrale e decennale

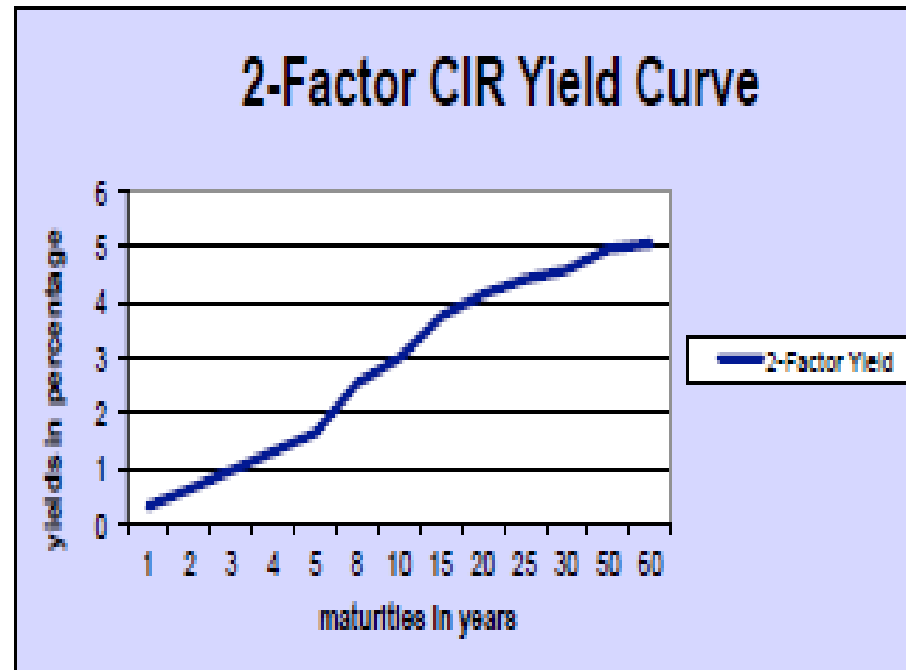


Stima dei parametri del two-factor Cox Ingersoll Ross

Parametri	
k_1	0.03300
k_2	0.05040
ϑ_1	0.01532
ϑ_2	0.03281
σ_1	0.80560
σ_2	0.06600



Output ottenuto per la curva dei tassi



Buy-in value

$$\rho_j = \rho \quad \forall j$$

$$V_0^{Bi} = \sum_j \hat{S}_j \rho_j Bv'(0, j) = \rho \sum_j \hat{S}_j Bv'(0, j)$$

$$V_0^{Bi} = 13254.47 \rho$$



La dimensione del buy-in può essere rappresentata dal rapporto fra V_0^{Bi} e il valore attuale atteso dei benefit:

$$\frac{13254.47}{35038.30} \rho \cong 0.037 \rho$$



Conclusioni

L'idea che proponiamo è quella di considerare gli **spread di longevità tra due modelli di sopravvivenza**, entrambi realisticamente possibili: i più affidabili, usati per le valutazioni attuariali, e i più pericolosi, valutati dal punto di vista dell'istituto di previdenza.

Ciò avviene in una prospettiva prudenziale, che consente all'assicuratore di **trattare in modo flessibile la percezione soggettiva del rischio** dovuto al modello più pericoloso (e che è praticamente quantificato dal valore assegnato al grado di affidabilità del modello pericoloso).



Conclusioni

In questo contesto, un'eventuale **esperienza reale peggiore** di quella dovuta al modello più pericoloso non verrebbe trasferita dalla strategia di buy-in che proponiamo; questo rischio di coda rimarrebbe in capo all'ente pensionistico.

Dal punto di vista della controparte, **la responsabilità è limitata allo spread** fino all'esperienza del modello più pericoloso. Il buy-in ha una "corrispondenza esatta" con le passività coperte.



Conclusioni

Attuando il *longevity spread buy-in* gli sponsor del piano pensionistico possono proteggersi dagli spread di longevità che si verificano in quegli intervalli di età in cui il rischio di sottovalutare le passività future è giudicato critico.



Conclusioni

Nello scenario internazionale, le principali modalità di copertura della longevità sono condotte secondo due linee, per ciascuna delle quali la realizzazione della longevità dei pensionati in pagamento viene scambiata:

- con tassi di longevità fissi + uno spread
- con statistiche di mortalità basate su una popolazione di riferimento



Conclusioni

La nostra proposta è basata, invece, su **vite individuali effettive nel portafoglio**.

Uno strumento quindi che fa riferimento alla vita reale eliminando il basis risk e mantenendo le caratteristiche utili agli swap nel mercato dei capitali (ridurre il rischio e minimizzare le perdite)

Esso può essere più appetibile sia per gli operatori del mercato che per le Autorità di regolamentazione.



A 'new' type of swap could combine both Traditional and Capital Markets features

Swap Features \ Swap Type	Indemnity (Traditional) Swap	The Middle Way	Capital Markets Swap
Demographic Coverage	Based on an actual portfolio of pensioners	←	Based on a standardised population index (eg: LLMA)
Demographic Basis Risk	No basis risk	←	Basis risk
Risk Covered	At the money	→	Out of the money
Tenor (Maturity of Transaction)	Long dated (20-60y)	→	Medium-term (5-20 years) with commutation at maturity
Payments Frequency	Periodic 'floating' payments, monthly or annually	→	Typically one final "floating" payment
Payout Features	No maximum payout limit	→	Maximum payout is 'capped'

Uno schema di transazioni di longevity de-risking



De-risking strategy: Longevity spread buy-in

D'Amato, V., Di Lorenzo, E., Haberman, S., Sagoo, P., Sibillo, M.
Insurance: Mathematics and Economics, Volume 79 (2018) 124-136

A dynamic equivalence principle for systematic longevity risk management

Hanbali, H., Denuit, M., Dhaene, J., Trufin, J.

Insurance: Mathematics and Economics, Volume 86 (2019) 158-167

On the optimal hedge ratio in index-based longevity risk hedging

Li, J., Tan, C. I., Tang, S.

European Actuarial Journal (2019) 1-17

De-risking defined benefit plans.

Lin, Y., MacMinn, R.D., Tian, R.

Insurance: Mathematics and Economics, Volume 63 (2015), 52-65

